



TITLE:

# 鋼構造部材の非弾性座屈強度に関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

福本, 嘯士

---

CITATION:

福本, 嘯士. 鋼構造部材の非弾性座屈強度に関する研究. 京都大学, 1972, 工学博士

ISSUE DATE:

1972-01-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r1929>

RIGHT:

# 鋼構造部材の非弾性座屈強度に関する研究

昭和 46 年 8 月

福 本 嘯 士

## ま え が き

本論文は鋼構造部材の非弾性域における座屈問題を取り扱ったものである。弾性座屈強度と塑性座屈強度、または、材料の降伏強度の間を連絡する、いわゆる、非弾性域（弾塑性域）での遷移曲線とよばれる強度曲線の理論的な解析を行い、あわせて実験を行なって、この領域での構造部材の座屈挙動を明らかにしたものである。

まず、軸方向力と曲げをうける I 形部材の横ねじれ座屈強度を求め、部材に生ずる残留応力分布が部材の座屈強度に与える影響について検討した。また、けたの曲げによる横倒れ座屈強度においては、断面構成のうち、はり的な比較的ずんぐりした断面、ならびに、プレートガーダーのような薄肉腹板をもつ断面に対する横倒れ座屈現象を非弾性域において考察してある。また、構造部材を構成する板要素のうち、フランジの局部座屈をフランジのねじれ座屈においてとらえ、座屈の遷移曲線、ならびに、フランジの幅厚比制限について検討した。また、プレストレスト部材のように、あらかじめ断面に初期応力が存在する部材の横方向への不安定現象を取り扱ってある。

鋼構造部材の座屈問題について、各章ごとに、それぞれ独立した体裁をとり、各論ごとに詳述してある。

本論文をまとめるにあたり、終始変らぬ御べんたつをいただき、懇篤なる御指導と御助言をたまわった、京都大学小西一郎教授ならびに名古屋大学成岡昌夫教授に厚く御礼申し上げる次第である。また、リーハイ大学 L.S.ビードル教授、ワシントン大学 T.V.ガランボス教授には、種々の御指導をたまわった。ここに、深く感謝する次第である。

本研究を進めるにあたり、名古屋大学の構造工学研究室の関係各位には、何かと御協力をいただいた。また、実験に用いた供試体の鋼材ならびに製作加工に御助力をいただいた関係方面に対して、厚く御礼申し上げる次第である。

# 目 次

## ま え が き

1 序 論 .....	1
1.1 構造物の極限強度と座屈 .....	1
1.2 非弾性座屈問題の展望 .....	2
1.3 本論文の内容と構成 .....	5
参考文献 .....	7
2 軸方向力と曲げをうける部材の非弾性横ねじれ座屈強度 .....	9
2.1 緒 言 .....	9
2.2 横ねじれ座屈の基礎方程式 .....	10
2.3 断面の各種剛度 .....	13
2.4 柱たわみ曲線 .....	18
2.5 数値計算 .....	19
2.6 横ねじれ座屈強度 .....	19
2.7 設計基本式への拡張 .....	24
2.8 実験値との比較 .....	26
2.9 結 論 .....	27
記 号 .....	27
参考文献 .....	29
3 けたの非弾性横倒れ座屈強度 .....	33
3.1 緒 言 .....	33
3.2 横倒れ座屈強度 .....	34
3.3 実験内容 .....	40
3.4 実験結果 .....	51
3.5 理論値と実験値との比較 .....	66
3.6 結 論 .....	76
記 号 .....	79
参考文献 .....	80
4 フランジの局部座屈強度 .....	83
4.1 緒 言 .....	83
4.2 理論解析 .....	85

4.3	実験内容、実験結果 .....	93
4.4	考 察 .....	105
4.5	結 論 .....	110
	記 号 .....	111
	参考文献 .....	112
5	プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度 .....	113
5.1	緒 言 .....	113
5.2	緊張材と部材のねじれ剛度 .....	114
5.3	緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈強度 .....	116
5.4	曲げによる部材の横ねじれ座屈強度 .....	119
5.5	考察および結論 .....	121
	記 号 .....	122
	参考文献 .....	123
6	結 言 .....	125

序

論

# 1 序 論

## 1.1 構造物の極限強度と座屈

骨組構造物を合理的に設計するには、その一つとして、作用する外力エネルギーの一部を構造物の非弾性変形により吸収させようとする考え方がある。静的荷重のもとでは、この考え方は構造物の塑性解析 (plastic analysis)、塑性計法 (plastic design method) によって代表されるものであり、動的荷重では例えば地震動をうける構造物では、そのエネルギーをできるだけ構造物の非弾性変形により吸収させるべきであるとの見解にたっている。吸収させるエネルギーを求めるには、作用荷重に対する構造物の延性 (ductility)、構造物の非弾性域での荷重－変形性状を知ることが必要となってくる。この構造物の延性は構成する単一部材、簡単な骨組ユニット、部材結合部の構造寸法により決められるもので、構造物固有の力学性状となってくる。

静的荷重による構造物の弾性限をこえての荷重－変形曲線は構造物の変形容量 (deformation capacity) を知る上で重要な役割をもつが、さらに、塑性解析、塑性設計法を進歩せしめるうえでの基礎的資料となるものである。

単一部材 (柱、はり) およびこれらにより構成されている骨組構造物、プレート・ガーダーのように比較的薄い腹板をもつ桁の極限耐荷力を知ることは、常時作用荷重のもとにおける構造物が極限荷重に対してもつ一定の安全性 (例えば塑性設計における荷重係数に相当するもの) を確保するうえに是非必要とされる。いま、これらの構造物の崩壊機構について調べてみる。

- (1) 座屈崩壊によるもので、座屈強度をもって極限強度とみなす。例えば、柱の Euler 形座屈、捩れ座屈、はりの横捩れ座屈、骨組の全体座屈、板の塑性座屈はこれに含まれる。
- (2) 座屈した後のいわゆる後座屈強度 (post-buckling strength) をもって極限強度とみなす。例えば板の弾性座屈後の強度 (large deflection theory)、せん断座屈後の張力場における強度はこれに含まれる。
- (3) 不安定現象による柱や簡単な構造ユニットの崩壊強度をもって極限強度とみなす。例えば、偏心荷重をうける柱の極限強度は断面に発生する最大縁応力が鋼材の降伏点応力に達するときに相当するものでなく、降伏域が部材にひろがった結果、外力に対してもはや安定な平衡状態が保てなくなる限界をもって極限強度とする。軸方向力が構造物の変形に与える影響が無視できないような骨組構造物では通常、不安定現象により崩壊にいたる。
- (4) 構造物が座屈、不安定現象を起すことなく、過度の塑性変形により、崩壊メカニズムに達するもので、通常、構造物の塑性強度と呼ばれる。塑性解析はこの過度の塑性変形点に塑性ヒンジが形成されたときとみなして、塑性強度を求める解析法である。
- (5) 構造物に荷重がくり返し作用するとき、その荷重が弾性限以上のとき、構造物は荷重のくり返しとともに残留変形が生ずる。しかしながら、このくり返し荷重が、あるサイクル数 (10～20回) 以上に

なると、残留変形は一定値に収れんし、その後のくり返し荷重に対し、構造物は弾性応答を示す。このことを構造物が変形硬化 (shakedown) したとみなす。これに反し、残留変形がくり返し荷重とともに発散するような場合を構造物が漸増崩壊 (incremental collapse) するという。通常の桁構造や 1, 2 桁骨組構造では変形硬化荷重と塑性解析でいう崩壊荷重との比はあまり大きくなく実用上無視できるようである。このほか、部材断面に弾性限をこえる断面力が交番にくり返し作用するとき、その断面は通常 100 ~ 1,000 回のくり返し数で破断にいたる。この現象を交番塑性と呼び、構造部材が正負の塑性変形を交番に受ける場合には、これの検討が必要とされる。

これらの構造物の崩壊機構のうち、(1)の座屈崩壊によるものは、外力により構造物の全体あるいは構成する構造部材、部材の構成要素の座屈が直接に構造物の最大強度を支配するものである。広く構造工学の分野で経験する構造系の座屈問題については、主として固有値問題として処理される力のつり合いの分岐 (bifurcation) 状態をもとにして解かれる場合が多い。

構造物の座屈現象は、一般的に、用いる材料の機械的性質により、弾性域で座屈が生ずる弾性座屈、材料の非線形性または材料の一部が降伏した状態で座屈する非弾性座屈、材料が完全に塑性化した状態で座屈する塑性座屈、材料のひずみ硬化域にいたった状態で座屈するひずみ硬化座屈、などに分類することができる。

弾性座屈問題では、座屈理論に関してはすでに体系化が確立された感があり<sup>(1)~(7)</sup>、大型電子計算機の導入と解析法の進歩とともに、複雑な問題の解がえられてきている。

一方、構造物の塑性解析、塑性設計の発展とともに、構造物の塑性強度、塑性変形の問題と関連して、塑性ヒンジ近傍の座屈問題を扱った塑性座屈、ひずみ硬化座屈が最近また長足の発達をとげ、塑性設計法の構造物への適用を可能ならしめたことは周知のことである<sup>(8)~(11)</sup>。

## 1.2 非弾性座屈問題の展望

塑性座屈と弾性座屈との上、下限の強度によってはさまれた範囲の座屈は、非弾性座屈または弾塑性座屈によって表わされ、座屈強度曲線は遷移曲線ともよばれ、弾性座屈と塑性座屈または材料の降伏点強度とを結ぶ曲線として、どちらかといえば、経験的な意味あいにおいてむすばれてきた。通常に用いられる鋼骨組構造、鋼橋の主部材などは、その構成寸法の大きさから、座屈の生じうる範囲は弾性域よりはむしろ非弾性域がほとんどであり、構造設計の関連示方書などで規定される制約条件からみれば、むしろ弾性座屈による強度の低下を防止して、座屈を非弾性域にて生ぜしめるように配慮している場合が多くみられる。

中心軸圧縮柱の非弾性座屈に関する接線係数理論 (Tangent Modulus Theory)、と等価係数理論 (Reduced Modulus Theory) は構造部材の非弾性座屈問題を論ずる上での 2 つの重要な理論をなしているが、両者の関係ならびに柱の最大強度との間には、1947 年に Shanley が有名なモデルを用いて説明している<sup>(12)</sup>。その後、鋼構造工学の分野では、溶接または熱間圧延により部材断面に生ずる残留応力分布が構造強度に与える影響について研究がなされ、中心軸圧縮柱の座屈強度に対する残留応力分



布の影響が論じられるようになり、他の座屈問題についても、これの影響を無視することができないと予測された<sup>03</sup>。

また、同じ時期に、リーハイ大学では残留応力に関する研究が行なわれ、残留応力分布の測定、残留応力が柱の強度に与える影響について研究が進められた<sup>04</sup>。

座屈問題一般において、非弾性域での遷移曲線の求め方についての代表的な考え方をあげるとつぎのようである。

#### (1) 接線係数 $E_t$ 、 $G_t$ を用いる方法

弾性座屈理論から求まる座屈応力式に含まれるヤング率  $E$ 、および、せん断弾性係数  $G$  の代りに接線係数  $E_t = \tau E$ 、 $G_t = \tau G$  によっておきかえる<sup>(1)</sup>。ここに、 $\tau$  は材料の引張試験による応力-ひずみ曲線の比例限度以上の応力に対する  $E_t$  と  $E$  との比である。また、せん断弾性係数についても同様な関係式が成り立つとしている。これによれば、断面に生ずる最大縁応力度に対応する  $E_t$  でもって、全断面一様であるとみなすため、えられた結果は近似値であり、座屈強度は真の値より低くなる。

また、DIN4114<sup>05</sup>によれば、

$$E_t = E \left[ 1 - \left( \frac{\sigma - \sigma_p}{\sigma_y - \sigma_p} \right)^2 \right]$$

によって接線係数  $E_t$  を定義して、座屈応力度を求めているものもある。ここに、 $\sigma_p$  は比例限応力、 $\sigma_y$  は降伏点応力である。

#### (2) CRC 方法

アメリカの長柱委員会 (Column Research Council) が中心軸圧縮柱の非弾性座屈応力  $\sigma_c$  に対して設けている座屈基本式であり、理想弾性座屈応力度  $\sigma_e$  をもとに、それとの関係において、弾塑性域の遷移曲線を 2 次曲線としている<sup>(2)</sup>。すなわち、

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} = 1 - 0.25 \frac{\sigma_y}{\sigma_e}$$

ここに、非弾性域は  $\frac{1}{2} < \sigma_c / \sigma_y < 1$  である。この式は部材断面内に生ずる残留応力分布を仮定し、接線係数  $E_t$  の代りに、ヤング率  $E$  はそのままにし、また、座屈時の荷重による断面内の応力分布の弾性部分のみから求めた断面 2 次モーメント  $I_e$  を、全断面の断面 2 次モーメント  $I$  の代りに用いて求めた断面の強軸および弱軸まわりの 2 本の座屈応力度曲線を、一本の曲線で代表せしめたものである。

#### (3) Moiseiff の $\zeta$ 法<sup>06</sup>

材料の降伏点応力  $\sigma_p$  をこえる範囲での、板の座屈応力を求めるのに、理想弾性座屈応力度をもとにして、これに低減率  $\zeta$  を乗じて、弾塑性域の座屈強度曲線をえようとするものである。

$$\zeta = 0.5 \left( \epsilon + \sqrt{\epsilon} \right)$$

ここに、 $\epsilon = E_t / E$ 、 $E_t$  は接線係数である。あらかじめ  $\epsilon$  の値を、中心軸座屈をもとに求めて表に

してあり、これから上式により $\phi$ の値を求めて板の座屈応力を求める経験的な方法である。

#### (4) 相関方程式による方法

曲げと軸方向力をうける部材の最大強度を求める経験式として、各種の構造計算の設計示方書に採用されている設計基本式である。すなわち、相関方程式は、

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_{equ}}{M_u(1-P/P_E)} \leq 1$$

によって与えられる。ここに、 $P$ は部材に作用する軸方向力、 $P_u$ は軸方向力のみが作用するときの柱の座屈荷重、 $M_{equ}$ は部材端の等価モーメントであり<sup>(7),(9)</sup>、

$$M_{equ} = \sqrt{0.3(M_1^2 + M_2^2) + 0.4 M_1 M_2}$$

または

$$M_{equ} = 0.6 M_1 + 0.4 M_2$$

などにより与えられる。ここに、 $M_1, M_2$ は材端モーメント、 $|M_1| > |M_2|$ である。 $M_u$ は曲げのみが作用したときの部材の最大強度、 $P_E$ は曲げ面内の部材のオイラー座屈荷重である。この相関方程式によれば、部材端の荷重の偏心比を考慮しており、 $M_u$ に部材の横ねじれ座屈を含ませることができる。また、 $1 - (P/P_E)$ により、軸方向力とたわみの積により生ずる2次モーメントを近似的にしる考慮している。

#### (5) Secant 式

この方法は部材の初期変形を考慮して、部材断面に生ずる最大縁応力が $\sigma_{\max} = \sigma_y$ となる部材の最大弾性限強度をもって、部材の最大強度とみなすもので、Secant 式とよばれている<sup>(3)</sup>。初期変形量のみでなく、断面の残留応力分布を考えに入れた場合には、この方法によれば、かなり安全率の遷移領域の強度を与えることになり、鋼構造部材への適用には問題があろう。

#### (6) 非弾性横倒れ強度

長方形断面はりの純曲げによる座屈強度 $M_{cr}$ は、

$$M_{cr} = \frac{\gamma}{\ell} \sqrt{BC}$$

によって与えられる。ここに、 $\gamma$ は部材端の支持条件によってきまる項、 $B$ は最小主軸まわりの曲げ剛性、 $C$ はねじれ剛性。断面の一部に降伏域がひろがってくると、 $B$ および $C$ は弾性値よりも低下してくる。この剛性を低下せしめる方法に、中心軸圧縮柱のときの接線係数理論と等価係数理論により求めたのと同じように、曲げ部材の横倒れ座屈時の剛性の低下を、断面の弾性部分の $EI_x$ のみを曲げ剛性 $B$ としたものと、塑性部分のひずみの反転による弾性化の部分をも考慮して曲げ剛性 $B$ としたものである。また、両理論で求めた横倒れ座屈強度の差はI形断面では、中心軸圧縮柱の場合と同様に大きなひらきはない<sup>(8),(9)</sup>。

また、Galanbhosは、ある特定の残留応力分布に対する2軸対称I形部材の横倒れ座屈強度に対する簡略解を求めている<sup>(2)</sup>。

#### (7) 板の弾塑性局部座屈

部材の構成する板要素の局部座屈におよぼす残留応力分布の影響については、リーハイ大学を中心に研究が進められており、上田がエネルギー法で<sup>20)</sup>、西野が階差法により<sup>22)</sup>解がえられている。非弾性域での応力-ひずみ関係には、流れ理論 (Flow Theory) と変形理論 (Deformation Theory) とを用いて、解析を行っており、実験結果との比較を行なっている。

#### (8) 残留応力を考慮した非弾性横ねじれ座屈強度

軸方向力と曲げをうける部材の非弾性域での横ねじれ座屈は Galambos によって研究された<sup>20)</sup>。彼は曲げモーメントと部材剛性が部材長に沿って一定であるとした単純な仮定で解析し、残留応力分布が座屈に与える影響を調べている。また、Miranda and Ojalvo は初期応力を含んでいない部材の非弾性座屈強度を求めている<sup>23)</sup>。

#### (9) CEACM の座屈曲線

欧州鋼構造協会連合 (CEACM) で検討されている中心軸圧縮柱の欧州共通規定のための座屈曲線であり、柱の初期変形、残留応力分布を仮定して、柱の降伏点のひろがり解析に含めた柱の耐荷力を基本強度としている<sup>24)</sup>。対象とした断面形は I 形、T 形、箱形、パイプ形などからなり、それぞれの注目する軸まわりの座屈曲線を規定している。欧州での共通の許容圧縮応力度のための基礎資料となるもので、今後、各種構造設計示方書において参考にされる座屈曲線である。

以上、本節では単一部材の非弾性座屈に関する従来の取り扱い方についてふれた。

弾性座屈から非弾性座屈への座屈形態の移行は、はじめは、材料のもつ比例限度応力と降伏点応力との差によって生ずるとみなされていたものが、その後、部材断面の中に熱間圧延過程、溶接組立などによって発生する残留応力分布の大きさによって生ずると考えられるようになってきた。

非弾性座屈に関しては、材料の応力-ひずみ関係に関する数理塑性論、および、中心軸圧縮柱の接線係数理論 (Tangent Modulus Theory)、等価係数理論 (Reduced Modulus Theory) の考え方を組み合わせて解くことが考えられている。一方、座屈強度に与える避けられない初期変形が残留応力分布とともに、鋼部材の耐荷力に与える影響が検討されてきている。

なお、文献<sup>25)</sup>、<sup>26)</sup>には残留応力と座屈、および、鋼構造の弾塑性安定に関する特集として、これらの分野に関連した文献調査の結果がまとめられている。また、本論文の各章の緒言には、検討されている各論に対する従来の研究についての文献調査が含まれている。

すでに学問的に体系化が確立されたようにみえる弾性座屈理論にくらべると、非弾性域での座屈問題については、まだ未解決の分野が多く、問題の厳密解を求める必要性が痛感させられる。本論文でとりあげた主題の重要性もそこにある。次節に、本論文で検討された内容について概説する。

### 1.3 本論文の内容と構成

本論文は鋼構造部材の非弾性域における座屈強度に関する内容を、その主要構成としている。座屈強度曲線は縦軸に座屈強度をとり、横軸に部材の構成寸法に関連した量をとることによって表わされるが、

この座屈強度曲線において、弾性座屈曲線と材料の降伏強度との間を結ぶ、いわゆる遷移曲線とよばれる曲線の理論的な解析を行なったものである。また、非弾性座屈に関する基礎的実験をもあわせて行ない、両者の比較考察を行ない、えられた結果の構造設計基本式への解釈について言及したものである。つぎに、各章で扱われている内容を概説する。

まず、

第2章で取り扱われている内容は、I形断面部材の両端に軸方向圧縮力と断面の強軸まわりに端モーメントが作用すると、この力の組合せがある限界値以上に大きくなると、部材は曲げモーメントの作用面内のみの変形から、面外への横方向への変位とねじれをともなった座屈変形をおこし、崩壊にいたる。部材のたわみにより、軸方向力によって付加的に生ずる曲げモーメントの影響を解析に考慮し、部材に沿ってひろがる降伏域の分布の様子を解析にとり入れ、また、部材に生ずる残留応力分布が座屈強度に与える影響を検討している。理論解は差分方程式により、係数行列式をみちびく固有値問題としてえられており、求めた理論解の構造設計基本式への拡張と、従来の実験結果との比較検討を行なっている。

第3章の内容はけたの横倒れ座屈強度を取り扱ったものである。非弾性域におけるI形部材の横倒れ座屈強度ならびに崩壊にいたる荷重－変形性状を明らかにするために行なった理論的ならびに実験的研究からなっている。一軸対称I形断面部材に任意形の残留応力分布が含まれているときの横倒れ座屈強度の求め方を説明し、つづいて、けた高の低いI形ばりとプレート・ガーダーを対象として、実験を行なった。用いた鋼材はSM50とHT80の2種類である。本章では、(1) 横倒れ座屈実験の結果と各種理論値との比較、(2) 溶接残留応力分布およびけたの初期変形が横倒れ座屈強度に与える影響、(3) プレート・ガーダーの耐荷力と腹板座屈強度との関係、(4) 設計基本式への拡張などについて検討している。

第4章の内容はI形はり、プレート・ガーダーに曲げが作用したときの圧縮側フランジの局所的な座屈崩壊について取り扱ったものである。フランジの局部座屈強度を、フランジが腹板との溶接線に沿って回転に対して弾性支持されているような細帯片のねじれ座屈とみなし、かつ溶接時に断面に発生する残留応力分布を考慮して求めたものである。また、十字断面柱を用いて柱の圧縮ねじれ座屈実験を行ない、フランジの局部座屈強度を実験からえられた座屈値と、それぞれの柱および板の局部座屈として求めた理論値との比較検討を行ない、あわせて、圧縮側フランジの幅厚比と高張力鋼との関係について考察している。

第5章の内容は、緊張材によりプレストレスされた部材の弾性域での横ねじれ座屈に関する問題を取り扱ったものである。曲げ部材に、あらかじめ緊張材などにより初期応力分布を与えておくことは、荷重作用面内に部材が変形するような場合には、力学的に有利な構造である。しかしながら、部材がより一層細長くなってくると、プレストレスト導入時や、架設時、あるいは、作用荷重により荷重面外へのねじれをともなった横方向変形の危険性が生じてくる。この章では、プレストレスト部材の横ねじれ座屈に関する基礎的研究として、緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈の可能性、プレストレスト部材とそうでない部材との横ねじれ座屈に対する安定性などについて検討している。

## 参 考 文 献

- 1) F. Bleich, The Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952
- 2) B.G. Johnston ed., Guide to Design Criteria for Metal Compression Members, John Wiley & Sons, 1960
- 3) S.P. Timoshenko and J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1961
- 4) C.F. Kollbrunner und M. Meister, Knicken, Biegedrillknicken, Kippen, Springer-Verlag, 1961
- 5) V.Z. Vlasov, Thin-Walled Elastic Beam, 2nd ed., Jerusalem, 1961  
奥村監訳, 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967
- 6) A. Pflüger, Stabilitätsprobleme der Elastostatik, Springer-Verlag, 1964
- 7) Column Research Committee of Japan, Handbook of Structural Stability, Corona, 1971
- 8) L.S. Beedle and L. Tall ed., Structural Steel Design, Ronald Press, 1964
- 9) AISC, Specifications for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings, New York, 1969
- 10) T.V. Galambos, Structural Members and Frames, Prentice-Hall, 1968  
福本, 西野共訳, 鋼構造部材と骨組, 丸善, 1970
- 11) Plastic Design of Multi-story Frames, Summer Conference Lecture Notes, Lehigh University, 1965  
武藤監訳, 重層骨組構造の塑性設計, 鹿島出版, 1969
- 12) F.R. Shanley, Weight-Strength Analysis of Aircraft Structures, 2nd ed., Dover Pub. Co., New York, 1960
- 13) W.R. Osgood ed., Residual Stresses in Metal and Metal Construction, Reinhold Pub. Co., New York, 1954
- 14) C.H. Yang, L.S. Beedle and B.G. Johnston, Residual Stress and the Yield Strength of Steel Beams, Weld. Res. Supp., Vol. 17, 1952
- 15) DIN 4114 Stabilitätsfalle, 1953
- 16) L.S. Moisseiff and F. Lienhard, Theory of Elastic Stability to Structural Design, Trans. ASCE, Vol. 106, 1941
- 17) C. Massonnet, Stability Considerations in the Design of Steel Columns, Proc. ASCE, Vol. 85, No. ST7, 1959
- 18) B.G. Neal, The Lateral Instability of Yielded Mild Steel Beams of Rectangular Cross Section, Phil. Trans. of Royal Society, Vol. 242, Series A, 1950
- 19) A.R. Flint, The Stability and Strength of Stocky Beams, Journal of Mechanics

and Physics of Solids 1 (90),1953

- 20) T.V.Galambos, Inelastic Lateral Buckling of Beams, Proc. ASCE, Vol. 89,  
No. ST5, 1963
- 21) Y.Ueda and L.Tall, Inelastic Buckling of Plates with Residual Stresses, Pub.  
IABSE, Vol. 27, 1967
- 22) F.Nishino and L.Tall, Residual Stress and Local Buckling Strength of Steel  
Columns, Proc. JSCE, No. 172, 1969
- 23) C.Miranda and M.Ojalvo, Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-  
Columns, Proc. ASCE, Vol. 91, No. EM6, 1965
- 24) Construction métallique, Paris, No. 3, 1970
- 25) 特集 残留応力と座屈, JSSC Vol. 3, No. 16, 1967
- 26) 特集 ラーメンの弾塑性安定, JSSC Vol. 3, No. 17, 1967

軸方向力と曲げをうける  
部材の非弾性横ねじれ座屈強度

## 2 軸方向力と曲げをうける部材の非弾性横ねじれ座屈強度

### 2.1 緒 言

真直な部材の両端に、軸方向力と断面の強軸まわりに端モーメントが作用すると、この力の組合せが、ある限界値以内のときには部材は曲げモーメントの作用面内にのみ変形する。この力をさらに大きくすると、部材は限界状態に到達し、いわゆるつり合いの分岐 (bifurcation) が始まり、部材は横方向の変位とねじれをともなって崩壊にいたる。<sup>1)</sup>

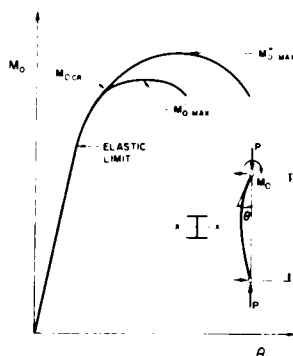
図-1 はこのような部材の典型的な荷重-変形挙動を示している。<sup>3)</sup> 図は I 形断面の強軸まわりの端モーメント  $M_o$  とたわみ角  $\theta$  との関係を表わしている。部材長と軸方向力  $P$  を一定に保ち、モーメント  $M_o$  が零から最大値まで増加し、最大値をすぎて除荷域に入っている。このような挙動を示す部材は、つぎの 2 つの主な原因により崩壊にいたる。

- (1) 部材に沿って配置されたブレースングにより、横ねじれ座屈が防止されているときには、部材はモーメントが作用する面内で、過度の塑性変形により崩壊にいたる<sup>4)</sup>。図-1 の上側へ分岐した曲線はこれに相当するものであり、部材の期待しうる最大強度  $M'_{o\max}$  に達する。
- (2) 横方向にブレースングが配置されていないときには、横ねじれ座屈によって部材の崩壊がきまり、このときの最大モーメント  $M'_{o\max}$  (図-1 の下側へ分岐した曲線) は  $M'_{o\max}$  よりも低くなる。この曲線の最大値は、つり合いの分岐が生じる  $M_{ocr}$  をこえて後に到達している。

曲げモーメントの限界値  $M_{ocr}$  の理論解については、弾性範囲ではすでに求められている<sup>5)</sup>。ここでは、部材の一部がすでに降伏した後での、横ねじれ座屈問題を取り扱ったものであり、部材に生ずる残留応力分布の影響を考慮してある。

非弾性域においては、断面の降伏によって生ずる断面の曲げおよびねじれに関する剛度の低減が座屈強度を低下せしめることになる。等曲げをうけるはりの横倒れの問題は文献 2), 6), 7), 8), 9), 10) に扱われており、また、軸方向力と等曲げをうける部材の簡略解については文献 2) で扱われている。ここでは、図-1 に示すような部材の一端にのみ曲げをうける場合の非弾性座屈強度を求めるものである<sup>3), 10, 12)</sup>。

Fig. 1 Typical  $M-\theta$  Curves for Beam-Columns





## 2.2 横ねじれ座屈の基礎方程式

### 仮 定

- (1) 軸方向力は変形前の部材断面の重心軸に沿って作用している。
- (2) 曲げモーメント  $M_0$  が部材の一端にのみ作用しており、断面の強軸まわりの曲げとなる。
- (3) 部材は等断面 I 形部材とする。
- (4) 部材の両端は横ねじれ座屈に関して単純支持されている<sup>03</sup>。

$$u = u'' = \beta = \beta'' = 0 \quad \text{at } z = 0, \quad z = L \quad \dots\dots\dots (1)$$

- (5) 材料の応力-ひずみ曲線は理想弾塑性体 (図-2) とする。
- (6) 断面に含まれる残留応力分布は、図-3のように、フランジおよび腹板に分布している。断面内ですり合いから<sup>04</sup>,

Fig. 2 Idealized Stress-Strain Diagram

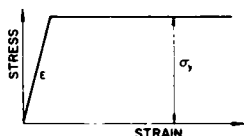
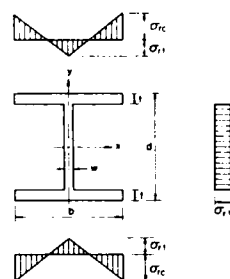


Fig. 3 Assumed Cooling Residual Stress Pattern



$$\sigma_{rt} = \sigma_{rc} \left[ \frac{bt}{bt + w(d - 2t)} \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $b, t, d, w$  = 断面の形状寸法、 $\sigma_{rt}$  = 最大引張残留応力、 $\sigma_{rc}$  = 最大圧縮残留応力であり、 $\sigma_{rc} = 0.3 \sigma_y$  の値を以下の数値計算に用いる。

- (7) 断面は局部座屈を起すことなく原形を保っている。
- (8) 部材は微小変形する。

### つり合い方程式

部材端から  $z = z$  離れた断面に関してつり合い式をたてる。図-4、図-5のように  $x, y, z$  軸 (変形前の座標)、 $u, v, w$  (断面のせん断中心の水平、鉛直、ねじれ変形) の方向を定義する。モーメントの正の方向を図-4、図-5の2重の矢印によって示すと、 $\xi, \eta, \zeta$  軸に関するモーメント  $M_\xi, M_\eta, M_\zeta$  は、

Fig. 4 Loading Condition  
and Sign Conventions

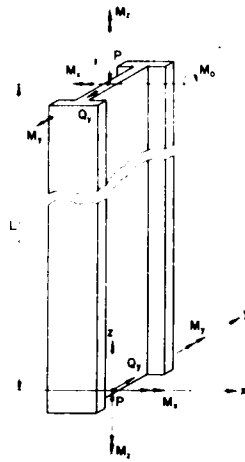
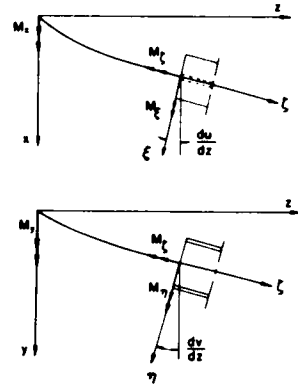
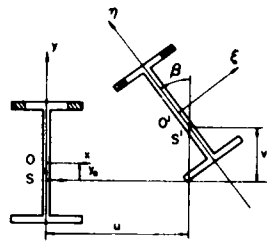


Fig. 5 Properties of Cross Section and  
Sign Convention



$$M_{\xi} = M_x + M_y \beta \quad \dots\dots\dots (3a)$$

$$M_{\eta} = -M_x \beta + M_y \quad \dots\dots\dots (3b)$$

$$M_{\zeta_1} = -M_x \frac{du}{dz} - M_y \frac{dv}{dz} \quad \dots\dots\dots (3c)$$

のようになる。上式中  $M_x$ ,  $M_y$  はそれぞれ

$$M_x = \frac{M_0}{L} z - P v \quad \dots\dots\dots (4a)$$

$$M_y = P u + P y_0 \beta \quad \dots\dots\dots (4b)$$

となる。ねじれモーメントについては、 $M_{\zeta_1}$  のほかに、

$$M_{\zeta_2} = P y_0 \frac{du}{dz} \quad \dots\dots\dots (5a)$$

$$M_{\zeta_3} = \int_A \sigma S^2 \frac{d\beta}{dz} dA \quad \dots\dots\dots (5b)$$

$$M_{\zeta_4} = \frac{M_0}{L} u \quad \dots\dots\dots (5c)$$

がある。ここに、 $M_{\zeta_2}$  は  $P$  の成分によって生ずるせん断中心  $S$  まわりのねじれであり、 $M_{\zeta_3}$  はねじれにより反りが生じた断面上での垂直応力の成分によって生ずるものであり、 $M_{\zeta_4}$  は部材端のせん断力  $Q_y$  によるせん断中でまわりのねじれである。断面が部分降伏してくると、せん断中心と重心点とは一致なくなり、つり合い方程式をたてるときに、これを考慮しなければならない。断面での残留応力分布の対称性、ならびに、強軸まわりの曲げによる垂直応力分布から、断面の降伏域は  $y$  軸まわりに対称となり、したがって、せん断中心は  $y$  軸上にくる。

ねじれモーメントの総和 $M_\zeta$ は、

$$M_\zeta = M_{\zeta 1} + M_{\zeta 2} + M_{\zeta 3} + M_{\zeta 4} = (Py_0 - M_x) \frac{du}{dz} - M_y \frac{dv}{dz} + \int_A \sigma S^2 dA \frac{d\beta}{dz} + \frac{M_0}{L} u \quad (6)$$

となる。式(4)の $M_x$ 、 $M_y$ を式(3)、式(6)に代入すると、 $M_\xi$ 、 $M_\eta$ 、 $M_\zeta$ は高次の微小項を無視すると、つぎのように表わされる。

$$M_\xi = \frac{M_0}{L} Z - P V \quad (7a)$$

$$M_\eta = P u - \left( \frac{M_0}{L} Z - P y_0 \right) \beta \quad (7b)$$

$$M_\zeta = - \left( \frac{M_0}{L} Z - P y_0 \right) \frac{du}{dz} + \int_A \sigma S^2 dA \frac{d\beta}{dz} + \frac{M_0}{L} u \quad (7c)$$

外力モーメントと内力モーメントとを等しくおくことから、つり合いの微分方程式はつぎのように導ける。

$$M_\xi = B_x \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (8a)$$

$$M_\eta = -B_y \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (8b)$$

$$M_\zeta = C_T \frac{d\beta}{dz} - C_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} \quad (8c)$$

式(7)の $M_\xi$ 、 $M_\eta$ 、 $M_\zeta$ を式(8)に代入すると、つぎのつり合いの微分方程式がえられる。

$$B_x \frac{d^2 v}{dz^2} + P V - M_0 \frac{Z}{L} = 0 \quad (9)$$

$$B_y \frac{d^2 u}{dz^2} + P u - \left( M_0 \frac{Z}{L} - P y_0 \right) \beta = 0 \quad (10)$$

$$C_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} - \left( C_T - \int_A \sigma S^2 dA \right) \frac{d\beta}{dz} - \left( M_0 \frac{Z}{L} - P y_0 \right) \frac{du}{dz} + \frac{M_0}{L} u = 0 \quad (11)$$

式(9)は水平変位 $u$ 、ねじれ変形 $\beta$ の項を含むことなく、したがって曲げモーメントの作用面内の曲げ変形に関するものである。

弾性域では、式(10)、式(11)の係数 $B_y$ 、 $C_T$ 、 $C_w$ 、 $P y_0$ 、 $\int_A \sigma S^2 dA$ はそれぞれ定数であり、以下のように定義される。

$$B_y = E I_y \quad (12)$$

(弱軸まわりの曲げ剛度)

$$C_T = G K_T = G \frac{1}{3} \left[ 2 b t^3 + (d - 2 t) w^3 \right] \quad (13)$$

(St. Venantのねじれ剛度)

$$C_w = EI_w = E \frac{(d-t)^2}{4} I_y \quad \dots\dots\dots (14)$$

( 曲げねじれ剛度 )

$$Py_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $y_0$  は断面重心とせん断中心との距離である。

$$\int_A \sigma S^2 dA = P \left[ \frac{I_x + I_y}{A} \right] + \bar{C} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\bar{C}$  は残留応力分布に関連した項である<sup>3)</sup>。

### 差分方程式

式(10)、式(11)の微分方程式を差分表示 ( 一次差分、 $h = L/n$  ) によって表わすと、各格点では、

$$u_{i-1} - \left( 2 - \frac{Ph^2}{B_y} \right) u_i + u_{i+1} - \left( M_0 \frac{Z}{L} - Py_0 \right) \frac{h^2}{B_y} \beta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} & \left( M_0 \frac{Z}{L} - Py_0 \right) \frac{h^2}{C_T} u_{i-1} + \left( \frac{M_0}{L} \right) \frac{2h^3}{C_T} u_i - \left( M_0 \frac{Z}{L} - Py_0 \right) \frac{h^2}{C_T} u_{i+1} \\ & - \frac{C_w}{C_T} \beta_{i-2} + \left[ 2 \frac{C_w}{C_T} - \left( 1 - \frac{\int_A \sigma S^2 dA}{C_T} \right) h^2 \right] \beta_{i-1} + [0] \beta_i \\ & - \left[ 2 \frac{C_w}{C_T} - \left( 1 - \frac{\int_A \sigma S^2 dA}{C_T} \right) h^2 \right] \beta_{i+1} + \frac{C_w}{C_T} \beta_{i+2} = 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となる。また、境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= u_n = 0 \\ \beta_0 &= \beta_n = 0; \beta_{-1} = \beta_1; \beta_{n+1} = -\beta_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。

## 2.3 断面の各種剛度

式(17)、式(18)中の係数  $B_y$ 、 $C_T$ 、 $C_w$ 、 $Py_0$ 、 $\int_A \sigma S^2 dA$  は部材が弾性域内にあるときは、一定値を保っている。しかしながら、部材に生ずる曲げモーメントの分布によって断面には部分降伏が始まると、降伏の度合は部材の各格点で異なってくるので、これらの断面の係数も各格点で異なったものとなる。各断面での降伏の様子がわかると、係数は断面性質に関連した項として定義することができる<sup>2)、3)、10)</sup>。部材に軸方向力が作用しているので、曲げモーメント図、したがって、横ねじれ座屈時の断面の非弾性域は直接には知ることができない。

いま、部材に作用する軸方向力と端モーメントの大きさを変えると、それに応じた部材のたわみ形、曲げモーメント図が計算できる。これから部材にひろがる降伏域をつかむことができ、各格点に対する式(17)、式(18)の差分方式中の係数を求めることができる。部材を  $n$  等分すると、 $2(n-1)$  の方程式がたてられる。仮定した  $P$  と  $M_0$  の値をもとに求めた差分方程式の係数行列式の値が零になるならば、この  $P$  と  $M_0$  の値が横ねじれ座屈に対する限界の組合せになる。すなわち、限界の組合せが求まるまで、

端モーメントの大きさを変化させながら、係数行列式の値が零になるまで、くり返し計算をおこなう。

図-6にくり返し計算の順序を書いているが、これを詳しく説明すると、つぎのようである。

- (1) 与えられた部材の断面寸法、材料の応力-ひずみ図、残留応力分布をもとに、強軸まわりの曲げモーメント-曲率-軸方向力の相関関係を求める。

- (2) 曲げモーメント、軸方向力と断面の降伏域のひろがりとの関係を求める ( $M$ ,  $P$  と  $\alpha$ ,  $\gamma$  との関係, ここに  $\alpha$ ,  $\gamma$  はフランジと腹板の降伏域のひろがりを表すパラメータである。

- (3) 降伏域のひろがり  $B_f$ ,  $C_w$ ,  $P_y$ ,  $C_T$ ,  $\int_A \sigma^2 dA$  との関係を求める。

- (4) (2)と(3)の結果を組合せて、この係数と軸方向力、曲げモーメントとの相関関係を求める。

- (5) 与えられた  $P$  と  $M$ 。に対して、(1)の  $M-\phi-P$  曲線を用いて、柱たわみ曲線 (CDC 曲線) を求める。CDC 曲線より部材の等格間距離の点でのたわみとモーメントが求まる。

- (6) CDC 曲線から求めた(5)の結果から、(4)の各係数を求め、差分方程式をたてる。

- (7) 係数行列式の値を求め、その値が零になるまで、他の CDC 曲線を用いて、同じ操作をくり返す。

#### 曲げモーメント-曲率-軸方向力関係

無次元化した  $M/M_y - \phi/\phi_y - P/P_y$  の関係を、つぎの4段階の降伏域のひろがりをもとに求めた。

- (1) 弾性域 (図-7(a))。

- (2) 圧縮フランジが部分降伏した場合、すなわち、腹板、引張フランジが弾性域にとどまり、一方、圧縮フランジ端から中央へ向って降伏がひろがっていく (図-7(b))。

- (3) 圧縮フランジが全面降伏した後、圧縮側腹板に降伏域がひろがってくる。(図-7(c))。

- (4) フランジが上、下ともに全面降伏し、腹板も上、下側から降伏がひろがってくる場合 (図-7(d))。

この4段階の降伏状態は、必ずしも断面に生ずるすべての降伏パターンを代表しているとは言えないが、以後の解析に必要な範囲は十分にとり入れている。

図-8は AISC 規格の圧延H形断面 8WF31 の強軸まわりの  $M-\phi-P$  関係を示したものである。図は  $P$  を一定にしたときの曲げモーメントと曲率の関係を表わしている。図-8の曲線には、図-7の

Fig. 6 Flow Chart for Computational Procedures

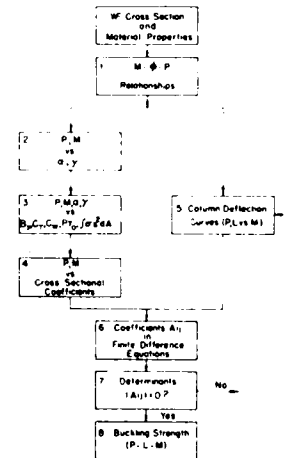
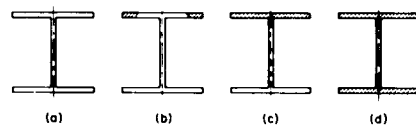


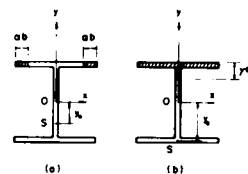
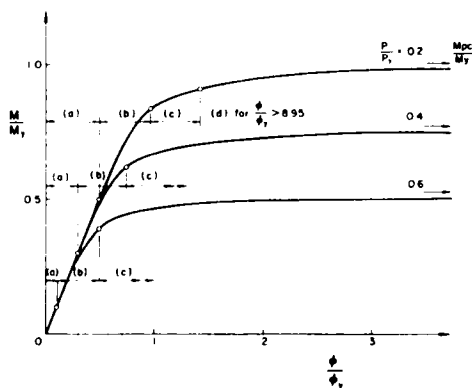
Fig. 7 Yielded Patterns for WF Cross Section



降伏域のひろがりに関する4段階が占める範囲を示してある。図-8の3本のM-φ-P曲線のよく用いる範囲は、(b)、(c)によって占められている。

Fig. 8 Moment Curvature-Thrust Relationships

Fig. 9 Properties of Yielded Cross Section



#### 断面定数

係数  $B_y$ ,  $C_T$ ,  $C_w$ ,  $\gamma_0$ ,  $\int_A \sigma S^2 dA$  は断面寸法に関係するものであり、このうち  $B_y$ ,  $C_T$ ,  $C_w$  はそれぞれ、弱軸まわりの曲げ剛度, St. Venantのねじれ剛度, 曲げねじれ剛度である。これらの剛度は座屈前の断面の降伏域のひろがりの様子をもとに求めることができるものであり、座屈時に抵抗する断面剛度である（接線係数理論）。 $\gamma_0$  は断面の重心点と断面の弾性核に対して求めたせん断中心との距離、 $\int_A \sigma S^2 dA$  は垂直応力の反り断面に沿った成分によるねじれに関する項である。

弱軸まわりの曲げ剛度、 $B_y$ 、横方向の曲げに対する部材の抵抗と弱軸まわりの曲げ剛度  $B_y$  とは比例関係にあるが、この曲げ剛度はヤング率  $E$  と断面の弾性核のもつ弱軸まわりの断面2次モーメントとの積である。

図-9(a)に示す断面では、

$$B_y = \left[ \frac{1 + (1 - 2\alpha)^3}{2} \right] EI_y \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり、また図-9(b)に示す断面では、

$$B_y = \frac{1}{2} EI_y \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここに、 $I_y$  は  $y$  軸まわりの全断面の断面2次モーメントである。

St Venantのねじれ剛度、 $G_T$ 、強軸まわりの曲げによりあらかじめ降伏している部分をもつ部材断面に、ねじれが作用し始める瞬間における St. Venantのねじれ剛度  $G_T$  は全断面がねじれに対して弾性的に有効であるとみなすことができる<sup>3), 6), 8), 15), 16)</sup>。したがって、横ねじれ座屈時の  $C_T$  の値は<sup>2), 3), 6), 8), 17)</sup>,

$$C_T = GK_T = \frac{1}{3} G \left[ 2 b t^3 + (d - 2 t) w^3 \right] \quad \text{..... (22)}$$

のようになる。

曲げねじれ剛度、 $C_w$ 、曲げねじれ剛度 $C_w$ はI形断面では、フランジ面内の曲げに対して抵抗するものである。すなわち、 $C_w$ は弾性核の反り定数とヤング率Eとの積によって表わされる。図-9(a)の降伏断面では、 $C_w$ は、

$$C_w = \left[ \frac{2}{1 + \frac{1}{(1 - 2\alpha)^3}} \right] E I_w \quad \text{..... (23)}$$

また、図-9(b)の降伏断面に対しては、

$$C_w = \frac{E}{288} \left[ 2 b^3 t^3 + \{ 2 (1 - \gamma) d - t \}^3 w^3 \right] \quad \text{..... (24)}$$

となる。式(23)の $I_w$ は全断面が有効とみなしたときの、反り定数であり、

$$I_w = (d - t)^2 \frac{I_y}{4} \quad \text{..... (25)}$$

で与えられる<sup>13)</sup>。

せん断中心距離、 $y_o$ 、式(23)、式(24)中の $y_o$ は断面重心と弾性核のせん断中心Sの距離で定義される。(図-9)。図-9(a)では、 $y_o$ は、

$$y_o = \left[ \frac{(1 - 2\alpha)^3}{1 + (1 - 2\alpha)^3} - \frac{1}{2} \right] (d - t) \quad \text{..... (26)}$$

また、図-9(b)の降伏断面では、

$$y_o = - \left[ \frac{d - t}{2} \right] \quad \text{..... (27)}$$

となる。

係数 $\int_A \sigma S^2 dA$ の値、式(11)の見かけのねじれ剛度 $(C_T - \int_A \sigma S^2 dA)$ の中の $\int_A \sigma S^2 dA$ の項は、横ねじれ座屈時の反り断面に生ずるねじれに関連した項で、St. Venantのねじれ剛度の低減を意味している。

弾性域では、この係数は式(28)で定義される。この式中の $\bar{C}$ は残留応力分布に関連した項であり、式(28)で与えられる。

$$\bar{C} = \frac{t b^3}{8} \left( \sigma_{rc} - \frac{\sigma_{rt}}{3} \right) + \frac{t b}{4} (d - t)^2 (\sigma_{rc} - \sigma_{rt}) - \frac{w}{12} (d - 2 t)^3 \sigma_{rt} \quad \text{..... (28)}$$

非弾性域では、 $\int_A \sigma S^2 dA$ は残留応力および軸方向力Pと曲げモーメントMとによる垂直応力による効果を合計したものである。すなわち、

$$\int_A \sigma S^2 dA = \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{R.S.} + \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{P+M} \dots\dots\dots (29)$$

である。

図-9(a)の降伏断面に対して、式(29)はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{R.S.} &= \frac{tb^3}{3} \left( \sigma_{rc} - \frac{\sigma_{rt}}{3} \right) + \frac{tb}{2} (d-t)^2 (\sigma_{rc} - \sigma_{rt}) \\ &\quad \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right\}^2 \right] \\ &\quad - \frac{w}{3} (d-t)^3 \sigma_{rt} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^3 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^3 \right] \dots\dots\dots (30) \\ \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{P+M} &= bt\sigma_1 \left[ \frac{b^2}{6} + (d-t)^2 \left\{ \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right\}^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right\}^2 \right\} \right] - bt\sigma_y \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) \left[ \frac{b^2}{6} + 2(d-t)^2 \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right\}^2 \right] \\ &\quad - 2\alpha^2 bt (\sigma_{rc} + \sigma_{rt}) \frac{(d-t)^2}{\{1+(1-2\alpha)^3\}^2} - \frac{b^3 t}{6} \alpha^2 (\sigma_{rc} + \sigma_{rt}) (3-4\alpha+2\alpha^2) \\ &\quad + \frac{w\sigma_y}{2d} \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) (d-t)^4 \left[ \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^4 - \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^4 \right] + \frac{w}{3} (d-t)^3 \left[ \sigma_1 - 2\sigma_y \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) \left( 1 - \frac{t}{d} \right) \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{t}{2(d-t)} \right\} \right] \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^3 + \left\{ \frac{1}{1+(1-2\alpha)^3} - \frac{t}{2(d-t)} \right\}^3 \right] \\ &\quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

ここに、 $\sigma_1 = \sigma_y - \sigma_{rc} + 2\alpha(\sigma_{rc} + \sigma_{rt})$ 。

図-9(b)の降伏断面に対して、

$$\begin{aligned} \int_A \sigma S^2 dA - \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{R.S.} + \left[ \int_A \sigma S^2 dA \right]_{P+M} &= \sigma_y \left\{ bt(d-t)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{wd^3}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{t}{d} \right)^3 + \frac{b^3 t}{6} \right\} + \frac{b^3 t}{16} (\sigma_{rc} + \sigma_{rt}) \\ &\quad - \frac{\sigma_y}{6} \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) \left( 1 - \gamma - \frac{t}{2d} \right) \left\{ b^3 t + d^3 t \left( 1 - \gamma - \frac{t}{2d} \right)^3 \right\} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

となる。

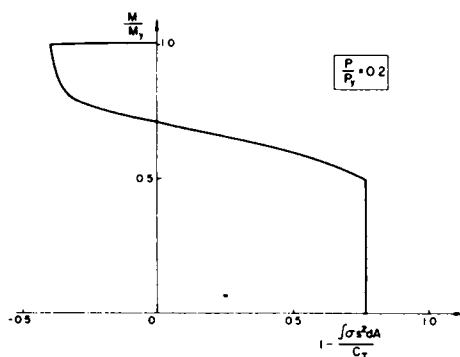
断面形状、材料、降伏域のひろがりを与えられると、式(29)～式(31)から、差分方程式の係数の値を計算することができる。一方、降伏域のひろがりから、これに対応するPとMをM-φ-P関係から求めることができるので、P/P<sub>y</sub>を一定に保って、Mと各種係数との関係を与えることができる。図-10はP/P<sub>y</sub> = 0.2のときの、M/M<sub>y</sub>と1 - (∫<sub>A</sub> αS<sup>2</sup> dA / C<sub>T</sub>)との曲線である。弾性域(M/M<sub>y</sub> ≤ 0.5)では、この値は一定である。

これらの曲線群を用いると、任意に与えられたモーメントと軸方向力に対して、対応する断面諸定数



を求めることができる。この曲線群は電子計算機のサブールチンプログラムとして組込まれている。

Fig. 10 Moment versus  $1 - \frac{\int \sigma \sigma^2 dA}{C_T}$  Curve

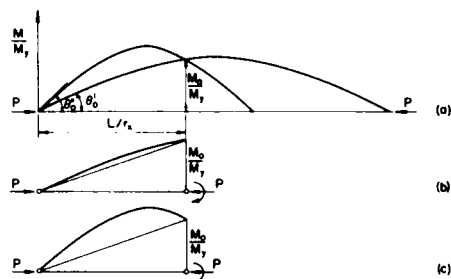


## 2.4 柱たわみ曲線（CDC曲線）

前節までは、断面固有の問題について検討したが、これを用いて部材の横ねじれ座屈問題を解くには、CDC 曲線を導入すると便利である。CDC 曲線は柱の両端に軸方向力が作用したときの柱の曲げ変形の形状をあらわしている<sup>08,09</sup>。曲げと軸方向力をうける部材のたわみ変形は、この CDC 曲線の一部からなると考えることができる。

Fig. 11 Column Deflection Curves and Beam-Columns

図-11 (a)には2本の CDC 曲線を描いてある。柱の両端に作用する軸方向力  $P$  によって、部材はたわみ変形を保っている。任意の点での曲げモーメントは、その点の部材のたわみ量と比例関係にあるので、CDC 曲線は曲げモーメント図をもあらわしている。図-11 の CDC 曲線の長さは強軸まわりの細長比により無次元化している。



CDC 曲線の性質から、与えられた軸方向力に対して、無数の CDC 曲線が存在し、柱端のたわみ角  $\theta$ 。によって区別することができる。ここで扱っているような、 $P$  と一端にのみモーメントが作用する部材は図-11 (b), 11 (c) に示す CDC 曲線の一区分と対応している。部材の単純支持端は CDC の一端と一致し、部材の他端は CDC 曲線的一端から部材長だけ離れた点と一致している。したがって、この点はモーメントの大きさは  $M_0$  となる。

与えられた軸方向力と長さをもつ部材は、無数の CDC 曲線の部分によって置き替えることができる。

このようなCDC 曲線群のうちの、ある曲線は図-1 に示す最大端モーメント  $M'_{bmax}$  (モーメントの作用面内で過度の塑性変形によって崩壊するときのモーメント)ともう一つの曲線は  $M_{ocr}$  (横ねじれ座屈が現われるときの座屈モーメント)に対応している<sup>08, 09</sup>。図-1 1 (b), 1 1 (c)に示すように、 $M_{ocr}$  を部材端にもつ CDC 曲線は2本ある。1 本(b)は図-1 の  $M-\theta$  曲線の正の勾配の領域のものであり、もう1 本(c)は負の勾配の領域にある。ここでは、曲線(b)の CDC 曲線を取りあげる。

CDC 曲線は  $M-\phi-P$  曲線をもとに、数値積分により求められる<sup>10</sup>。これより、CDC 曲線内の等間隔の格点での、たわみ、たわみ角、モーメント、曲率などを知ることができるので、これをもとに、部材内の断面の各種係数を求めることができる。

## 2.5 数 値 計 算

$M-\phi-P$  曲線をもとにして、差分方程式の各係数を求め、係数行列式をたてる計算順序はつぎのようである。

- (1) 8WF31断面を用い、断面寸法  $b$ ,  $d$ ,  $t$ ,  $w$ , 材料の  $\sigma_y = 33 \text{ ksi}$ ,  $\sigma_{rc} = 0.3 \sigma_y$ ,  $E = 30,000 \text{ ksi}$ ,  $G = 11,500 \text{ ksi}$  を input する。
- (2) 軸方向力と部材長をきめる。ここでは、 $P = 0.2 P_y$ ,  $0.4 P_y$ ,  $0.6 P_y$  とした。部材長は CDC 曲線の格間距離に関係してくるので、 $2 r_x$  または  $3 r_x$  の整数倍とした。
- (3) 与えられたデータをもって  $M-\phi$  曲線を求める。
- (4) (3)の  $M-\phi$  曲線を用いて、異なった  $\theta_0$  に対する CDC 曲線を計算する。
- (5)  $P/P_y$ ,  $\theta_0$  の値から、適当に CDC 曲線をえらび、各格点での曲げモーメント、曲率の値を求める。
- (6) CDC 曲線を各格点での  $M$  と  $\phi$  の値から、断面の降伏域のひろがり求めまり、さらに、断面の各種係数が求まる。
- (7) 以上のステップをふんで、係数行列式に必要な数値を求める。

## 2.6 座 屈 強 度

### 特性行列式

各格点  $i = 1, 2, \dots, (n-1)$  に関して、式03, 式04の差分方程式をたてると、未知数  $u_i$ ,  $\beta_i$  に関する  $2(n-1)$  の連立方程式がえられる。すなわち、

$$[A] \begin{Bmatrix} u \\ \beta \end{Bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

行列  $[A]$  は断面に関する定数 ( $B_y$ ,  $C_w$ ,  $C_T$ ,  $y_0$ ,  $\int_A \sigma s^2 dA$ ) および荷重パラメータ ( $P$ ,  $M_0$ )、部材長の関数である。係数行列式  $|A| = 0$  がえられれば、このときの  $P$ ,  $M_0$ ,  $L$  がつり合いの分岐点、すなわち、横ねじれ座屈の始まりを与える。

座屈強度

$|A| = 0$ を求めるのに、まずPとLを与え、 $M_0$ を仮定しながら $|A|$ の値を求め、内そう法により値が零になるようにする。最初の $M_0$ の仮定は既知の上下界値をもとに決めればよい。 $M_{ocr}$ の上限値は図-1の $M_0^{max}$ で示されるように<sup>2), 2)</sup>、荷重の作用面内の過度の塑性変形によって崩壊するときの値であるが、 $M_{ocr}$ はこの値よりも大きくなることはない。下限値としては、部材の両端に等モーメントが作用し、部材に単一曲率が生ずる状態での横ねじれ座屈強度（後述）が部材にとって、もっとも低い下限の座屈強度を与えるので、<sup>2), 3)</sup>  $M_{ocr}$ はこの下限値より高くなる。

Moerはこの上下限曲線にはさまれた間にくる。図-12の点線はこの上下限曲線を表わしている。図の曲線はすべて8WF31断面、 $P/P_y = 0.2$ のものである。横軸のはば $L = 100 r_x$  から右下りの曲線は、弾性域における横ねじれ座屈強度曲線である。 $M_o = 0$ のときの横軸の $L = 124 r_x$  は軸方向力による部材の弱軸まわりのオイラー座屈強度である。また、 $L = 0$ のときの曲げモーメントは軸方向力を考慮した断面の全塑性モーメント $M_{pc}^{23}$ である。図-12の実線は求める問題の解であり、丸印は trial and errorにより求めた座屈強度である。

**Fig. 12 General Procedures for Solution of the Problem**

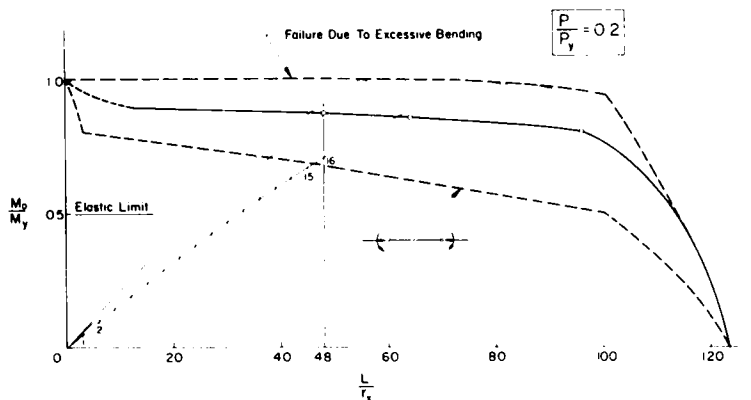


図-12には細線で CDC 曲線が描いてある。あらかじめ計算した CDC 曲線の格点(図の番号1~16)における、 $|A|$ を求めるのに必要な係数を前節からえることができる。CDC 曲線は16等格間に分割し、係数行列式が常に $30 \times 30$ になるようにした。

$L = 48 \mathbf{r}_x$  を例にとって、座屈強度 ( $M_0 - L$ ) の求め方をつぎに説明する。上下限曲線にはさまれ、 $L = 48 \mathbf{r}_x$  の長さをもつ CDC 曲線の一部を描く、すなわち、CDC 曲線のたわみ角  $\theta_0 = 0.07 \sim 0.09$  ラジアンにはまる。図-13 は  $P = 0.2 P_y$ 、 $L/\mathbf{r}_x = 48, 64, 96$  のときの  $|A|$  の値と、内そう法により求めた  $|A| = 0$  となる座屈強度  $M_{ocr}$  の値を表わしている。

図-14, 15, 16はえられた座屈強度曲線を示し、上下限曲線との関係について説明している。これらの曲線から、非弾性域での横ねじれ座屈強度の低下している様子がよくみとめられる。

Fig.13 Determinant  $|A|$  versus End  
Moment Curves for  $P/P_y = 0.2$

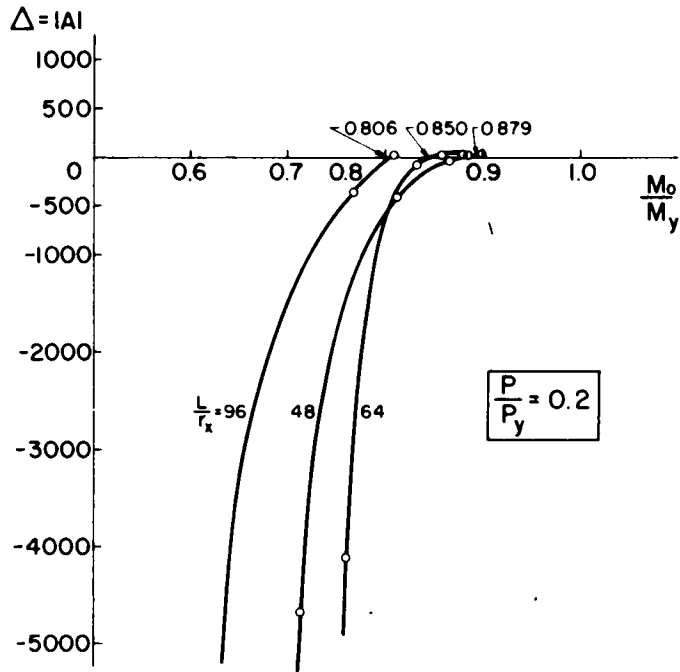
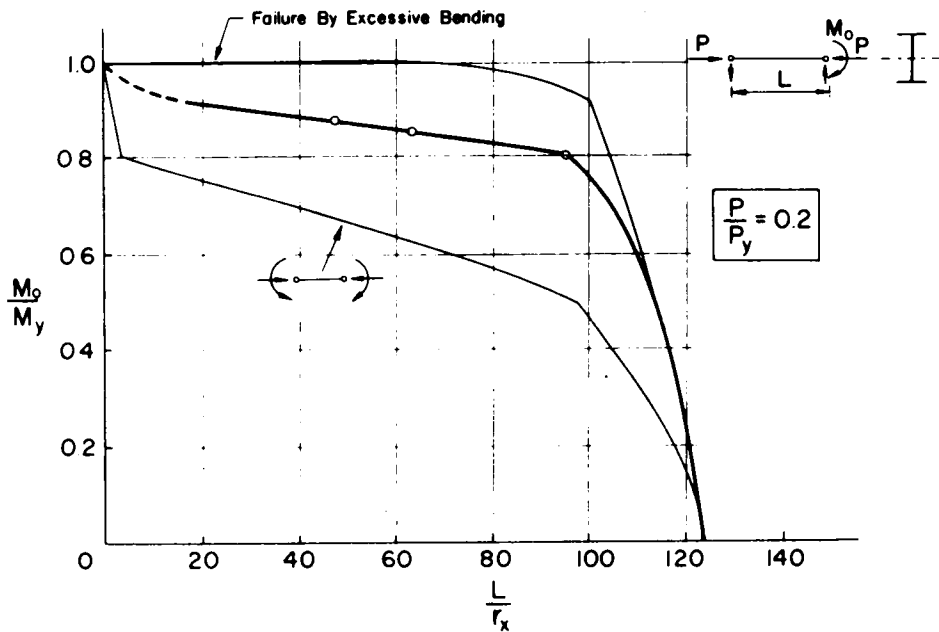
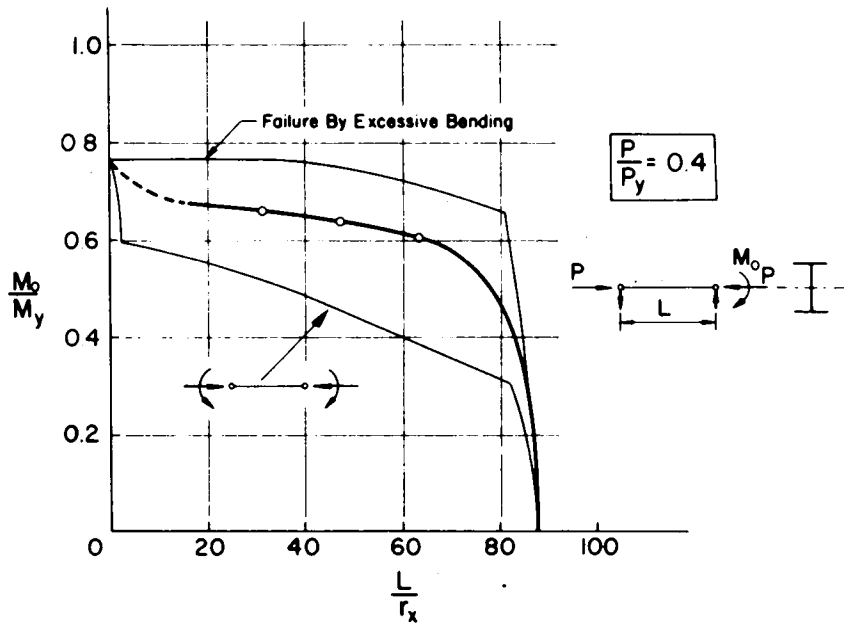


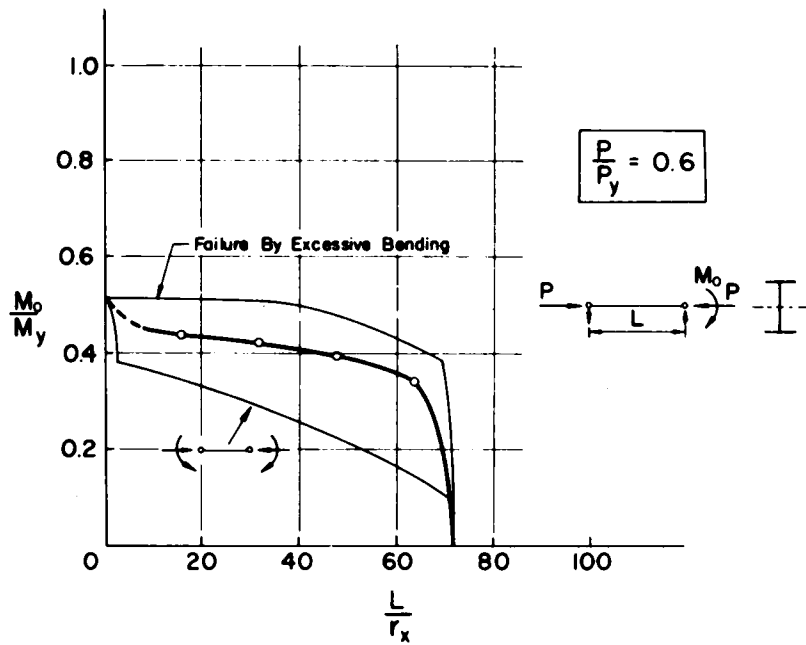
Fig.14 Lateral-Torsional Buckling Strength  
Curves for  $P/P_y = 0.2$  ( $\sigma_y = 33$  ksi)



**Fig. 15 Lateral-Torsional Buckling Strength**  
Curves for  $P/P_y = 0.4$  ( $\sigma_y = 33$  ksi)



**Fig. 16 Lateral-Torsional Buckling Strength**  
Curves for  $P/P_y = 0.6$  ( $\sigma_y = 33$  ksi)



## 両端等曲げ部材の横ねじれ座屈強度

さきの図-12, 図-14~16の下限曲線として与えた等曲げをうける部材の横ねじれ座屈強度については、弾性解は、つり合いの基礎微分方程式を直接に解いて求めることができる。しかしながら、非弾性域においては部材に沿って生ずる曲げモーメントは両端曲げモーメントと、軸方向力とたわみの積との和として分布するので、部材中の降伏域のひろがりも変化する。前節で求めた断面に関する各種係数も部材に沿って変化することになる。著者は文献3)にて、この問題を差分法を用いて解いたが、その結果の一例を図-17に示す。

Fig. 17 Bucking Strength Curves for Equal End Moments

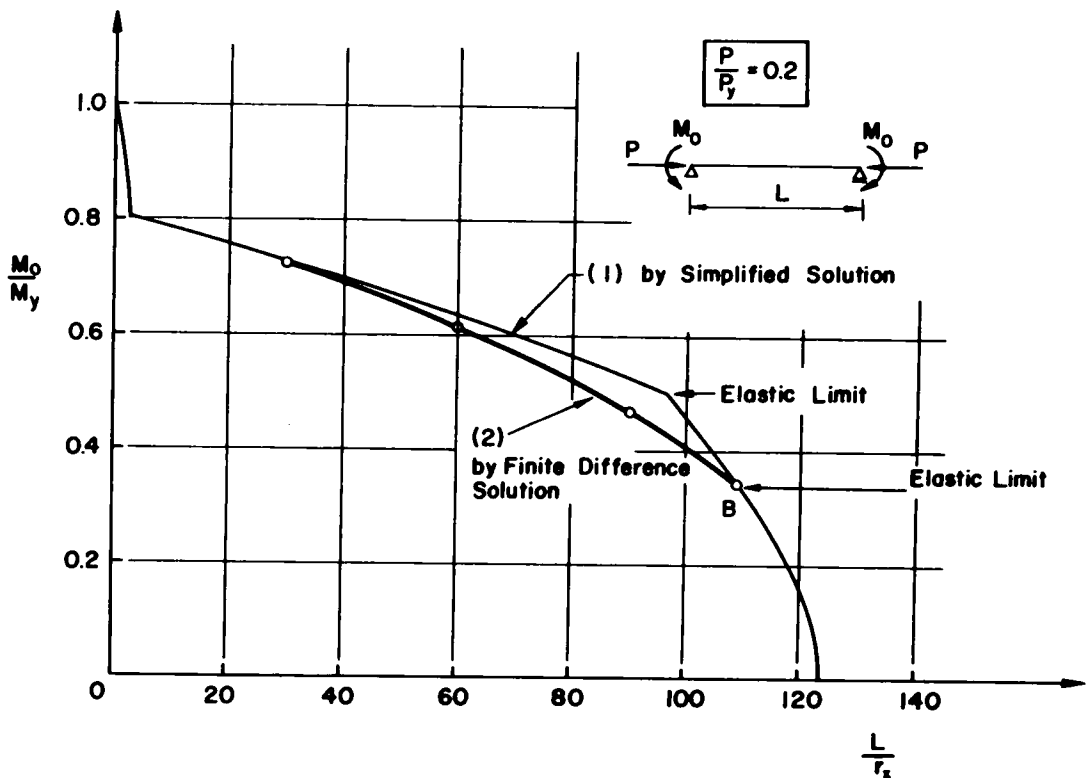


図-17は8WF31断面,  $P/P_y = 0.2$ のときの差分法によってえられた座屈強度曲線と部材の曲げモーメントおよび断面剛度が一定であるとして求めた簡略解<sup>2)</sup>

$$\left[ P - \frac{\pi^2 B_y}{L^2} \right] \left[ \bar{K} - C_T - \frac{\pi^2 C_w}{L^2} \right] - \left[ P y_o + M_o \right]^2 = 0 \quad \dots\dots\dots 34$$

による結果の比較がしてある。すなわち、部材内の各種剛度の低下を考慮して求めた座屈強度は簡略解より下まわっている。図中、差分法により求めた曲線の弾性限は部材中央の断面に降伏域が生じ始めるときの両端曲げモーメントの値である。

## 2.7 設計基本式への拡張

本章では部材の横ねじれ座屈強度の理論解について述べたが、座屈強度に与える項目としては、部材寸法、残留応力分布、降伏点応力度、荷重状態などがあり、この組合せが理論解をえるのを複雑にしている。ここでは、本章で求めた結果から、より一般性のある設計基本式への拡張を試みる。

残留応力分布を考慮した中心軸圧縮柱の座屈強度の求め方は Column Research Council (CRC) によって提案されている<sup>30)</sup>。ここでは、この提案の線にそって、偏心圧縮柱の横ねじれ座屈についての設計基本式に関連した検討を行なう。

CRC では、まず細長比と限界荷重とを弾性域において求めている。

$$\frac{P_e}{P_y} = \frac{\sigma_e}{\sigma_y} = \pi^2 \frac{E}{\sigma_y (KL/r)^2} \quad \dots\dots\dots (35)$$

式(35)にて、 $P_e$  はオイラー荷重、 $P_y$  は降伏荷重 ( $A \cdot \sigma_y$ )、 $K$  は有効座屈長、 $L/r$  は考えている座屈方向に関する細長比である。

つぎに、非弾性域での遷移曲線として、つぎの2次式を用いる。

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_y} = 1 - 0.25 \frac{\sigma_y}{\sigma_e} \quad \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 $\sigma_e$  は非弾性域での限界応力度である。式(36)は  $\sigma_e > 0.5 \sigma_y$  のときに適用される。等曲げを受ける部材の弾性解は式(34)によって求まるが、弾性域での係数、( $B_y = EI_y$ ,  $K = (I_x + I_y)/A$ ,  $C_T = GK_T$ ,  $C_w = EI_w$ )、2軸対称断面での  $\psi_0 = 0$  とおくと、式(36)は、

$$\frac{M_0}{M_p} = \sqrt{\frac{(I_x + I_y) A}{Z^2} \left[ \frac{P_y - P}{P_y} \right] \left[ \frac{P_T - P}{P_y} \right]} \quad \dots\dots\dots (37)$$

となる。式(37)にて、 $Z$  は塑性断面係数、 $P_y/P_y$ ,  $P_T/P_y$  はつぎの式で与えられる。

$$\frac{P_y}{P_y} = \frac{\pi^2 E}{\sigma_y (L/r_y)^2} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$\frac{P_T}{P_y} = \frac{GK_T}{\sigma_y (I_x + I_y)} \left[ 1 + \frac{\pi^2 EA (d-t)^2}{4 GK_T (L/r_y)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (39)$$

部材内に生ずる最大弾性応力度は<sup>1)</sup>

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_y} = \frac{P}{P_y} + \frac{M_0}{M_p} \frac{f}{\cos \left[ \frac{1}{2} \frac{L}{r_x} \sqrt{\frac{P \sigma_y}{P_y E}} \right]} \quad \dots\dots\dots (40)$$

となる。ここに、 $f$  は形状係数 ( $f = Z d / 2 I_x$ ) である。

中心軸圧縮柱のときと同様に、 $\sigma_e / \sigma_y \leq 0.5$  の範囲では、式(37)から求めた  $M_0$  が限界曲げモーメントである。 $\sigma_e / \sigma_y > 0.5$  では、まず、式(37)の  $M_0 / M_p$  を式(40)に代入し、えられた  $\sigma_e / \sigma_y$  を式(36)に代入する。修正した  $\sigma_e / \sigma_y$  を用いて、式(40)より非弾性域での座屈モーメント  $M_0$  を求めることができる。

$$\frac{M_o}{M_p} = \frac{\cos \left[ \frac{1}{2} \frac{L}{r_x} \sqrt{\frac{P \alpha_y}{E I_y}} \right]}{f} \left[ \frac{\sigma_c}{\alpha_y} - \frac{P}{P_y} \right] \dots\dots\dots (41)$$

Fig. 18 Comparison with CRC  
Formula  $\rho=+1.0$  8WF31

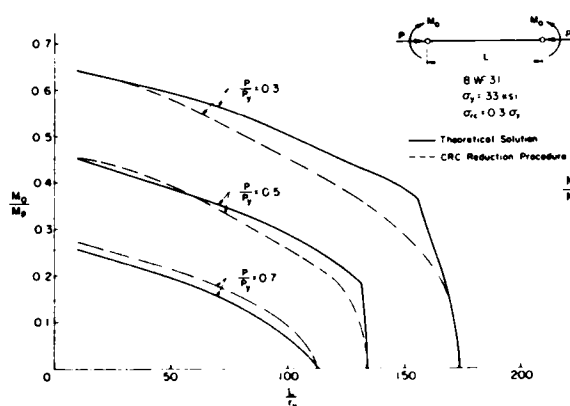


Fig. 19 Comparison with CRC  
Formula  $\rho=+1.0$  27WF94

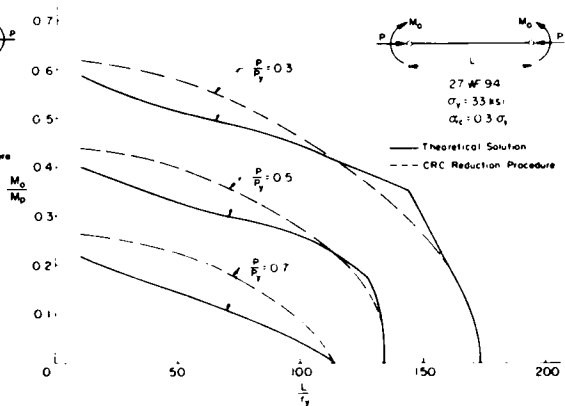


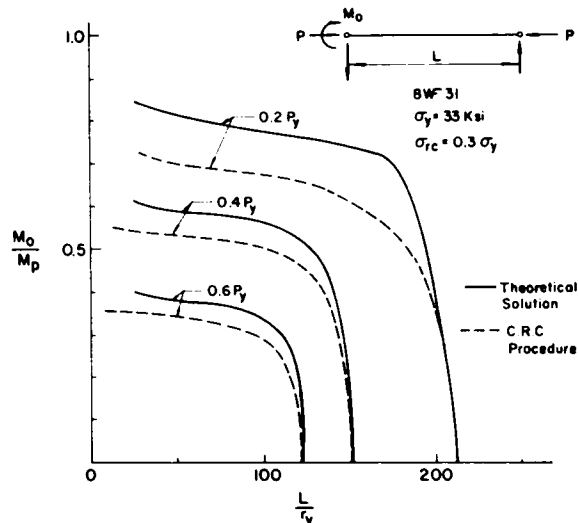
図-18, 19は8WF31断面と27WF94断面の部材の横ねじれ座屈強度を表わしたものである。

実線は前節でえられた理論解であり、点線はCRC方式により求めた略算値である。それぞれの軸方向力に対して、曲げモーメントの低い弾性範囲では、理論解と略算解は一致する。非弾性域における遷移曲線ではCRC方式による低減法はほぼ満足しうる結果を与えているようである。選んだ断面は8WF31は横ねじれ座屈に対して強い断面、 $D_T = K_T \times 10^6 / A d^2 = 925$ 、 $r_x / r_y = 1.73$ を選んでおり、27WF94は弱い断面、 $D_T = 219$ 、 $r_x / r_y = 5.32$ であるが、27WF94のように、座屈に対して弱い断面では、CRC法は、少し危険側の結果を与えるようである。



一端曲げモーメントの部材の弾性座屈強度は、エネルギー法など<sup>5), 29)</sup>によって求められた値を利用することができる。端モーメントの大きさから2次モーメントの効果を考えた上での部材内の最大応力 $\sigma_c$ を求めることができる。 $\sigma_c/\sigma_y \leq 0.5$ では、弾性座屈モーメントが求まり、 $\sigma_c/\sigma_y > 0.5$ では、式(39)により弾性応力 $\sigma_c$ が求まる。この $\sigma_c$ から限界端モーメントを求めることができる。図-20は、このようにして求めた結果を点線で示し、本章でえた理論曲線と比較してある。軸方向力が小さくなると、CRC法によりえられた値は、安全側でその差はひらいてくるが、一般的には、両者は満足すべき一致を示しているようである。

Fig.20 Comparison with CRC  
Formula  $\rho=0$  8WF31



## 2.8 実験結果との比較

各研究所で行なわれた実験柱の実験条件にしたがって、対応する理論値を求めることは、事実上、不可能に近いものである。一方、実験そのものについても供試体の支持条件、降伏点応力の違い、荷重速度などの条件が異なるので、これらを同一条件に調整することは困難なものとみなされる。ここでは、実験結果の統計的な表示により、前節でのべたCRCの低減方式により求めた座屈強度との比較を行った。

多くの実験は偏心比 $ec/r_x^2$ が一定値のもとで行なわれている。この場合には最大曲げモーメントは、

$$\frac{M}{M_p} = \frac{ec}{r_x^2} \cdot \frac{P}{P_y} \cdot \frac{1}{f} \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。

等曲げをうける部材の実験から計60本の部材に対する実験をもとに比較を行なった。実験はリエージュ大学<sup>32)</sup>、リーハイ大学<sup>33), 34), 35), 36)</sup>、ウイスコンシン大学<sup>33)</sup>で行なわれたものを用いた。横ねじれ座屈により崩壊したものを選んだ。60本の実験結果から、実験による最大値と、CRC方式により求めた計算値との比をとった。この比の平均値は1.16、標準偏差は0.21であった。ヒストグラムによる結果を図-21に示す。

一端曲げをうける部材では、横ねじれ座屈により崩壊した18本の実験結果を用いた<sup>31), 33)</sup>。CRC方式により求めた計算値との比を求めると、この比の平均値は1.15、標準偏差は0.33となり、ヒストグラムによる結果を図-22に示す。

Fig.21 Frequency Histogram for  
Test Results  $\rho = +1.0$

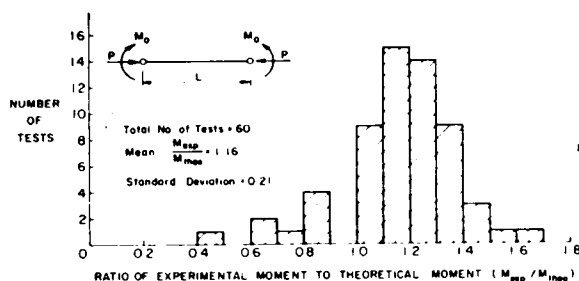
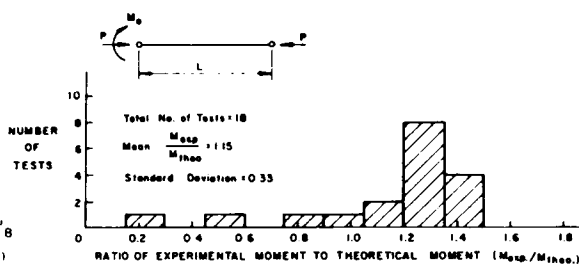


Fig.22 Frequency Histogram for  
Test Results  $\rho = 0$



## 2.9 結 論

本章では、偏心軸圧縮荷重をうける鋼 I 形部材の非弾性横ねじれ座屈強度の理論解を求めたものである。差分法により、係数行列式をみちびく固有値の問題として取り扱った。部材のたわみにより付加的に生ずる曲げモーメントの影響を考慮し、部材に沿ってひろがる降伏域の分布の様子を解析にとり入れ、また、部材に生ずる残留応力分布が座屈強度に与える影響を明らかにした。

求めた座屈強度曲線を図-14~16の  $M_0-L$  曲線で示す。これらの図には、荷重の作用面内での過度の塑性変形により崩壊する強度、等曲げをうけるときの部材の横ねじれ座屈と、一端曲げをうけるときの座屈強度曲線との比較が行なっている。これらの図から、残留応力分布が横ねじれ座屈強度によぼす効果が明らかにみられる。

また、求めた理論解と Column Research Council で提案されている非弾性域での中心軸座屈強度のための低減法を、横ねじれ座屈に適用した結果との比較を行なった。等曲げをうける部材では、両者は満足すべき一致がみいだされた。また、一端曲げをうける部材では、CRC 低減法によれば、少し安全側ではあるが、この方法の適用への有効性がわかる。

各大学で行なわれた実験結果と CRC 法による略算値の結果との比較を行なった。等曲げモーメントに対するものは平均値は 1.16、標準偏差は 0.21 であり、一端曲げモーメントでは平均値 1.15、標準偏差 0.33 となった。比較した結果を図-21、図-22 のヒストグラムに示した。

## 記 号

$A$  = 横断面積

$[A]$  = 断面の係数の正方行列

$|A|$  = 係数行列式

$B_y$  = 弱軸まわりの曲げ剛度

$b$  = フランジ幅

$C_T$  = St. Venant のねじれ剛度

$C_w$  = 曲げねじれ剛度

$d$  = 断面の高さ  
 $E$  = ヤング率 ( $30 \times 10^3$  ksi)  
 $f$  = 形状係数  
 $G$  = せん断弾性係数 ( $11.5 \times 10^3$  ksi)  
 $h$  = 格点間距離  
 $I_x, I_y$  =  $x$  軸、 $y$  軸まわりの断面 2 次モーメント  
 $I_w$  = 反り定数  
 $K_T$  = St. Venant のねじれ定数  
 $L$  = 部材長  
 $M_o$  = 作用端モーメント  
 $M'_{o\max}$  = 横ねじれ座屈による最大端モーメント  
 $M''_{o\max}$  = モーメントの作用面内での過度の塑性  
     変形により崩壊するときの最大端モーメント  
 $M_{ocr}$  = 部材の横ねじれ座屈モーメント  
 $M_{pc}$  = 軸力を考慮した全塑性モーメント  
 $M_y$  = 降伏曲げモーメント  
 $P$  = 軸方向力  
 $P_y$  = 降伏軸方向力  
 $r_x$  =  $x$  軸まわりの回転半径  
 $s$  = せん断中心から断面内のある点までの距離  
 $t$  = フランジ厚  
 $u, v$  = せん断中心の  $x, y$  方向の変位  
 $w$  = 腹板厚さ  
 $x, y, z$  = 直交座標軸  
 $y_o$  = 断面重心とせん断中心間の距離  
 $\alpha$  = フランジの降伏状態を示すパラメータ  
 $\beta$  = せん断中心まわりの断面のねじれ角  
 $\phi$  = 曲 率  
 $\phi_y$  = 降伏曲率  
 $\sigma_{rc}$  = 最大圧縮残留応力度  
 $\sigma_{rt}$  = 最大引張残留応力度  
 $\sigma_y$  = 降伏点応力度

## 参 考 文 献

- 1 Timoshenko, S. P., and Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N. Y., 1961
- 2 Galambos Theodore V., "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Eccentrically Loaded Wide-Flange Columns," thesis presented to Lehigh University, at Bethlehem, Pa., in 1959, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- 3 Fukumoto, Y., "Inelastic Lateral-Torsional Buckling Under Moment Gradient," thesis presented to Lehigh University, at Bethlehem, Pa., in 1963, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- 4 Galambos, Theodore, and Ketter, Robert L., "Columns Under Combined Bending and Thrust," Transactions, ASCE, Part I, Vol. 126, 1961, p. 1.
- 5 Salvadori, Mario G., "Lateral Buckling of I-Beams," Transactions, ASCE, Vol. 120, 1955, p. 1165
- 6 Neal, B. G., "The Lateral Instability of Yielded Mild Steel Beams of Rectangular Cross Section," Philosophical Transactions, Royal Soc. of London, Series A, Vol. 242, January, 1950.
- 7 Wittrick, W. H., "Lateral Instability of Rectangular Beams of Strain-Hardening Material Under Uniform Bending," Journal of Aeronautical Science, 19(12), p. 835, December, 1952.
- 8 Horne, M. R., "Critical Loading Conditions of Engineering Structures," thesis presented to Cambridge University, at Cambridge, England, in 1950, in partial fulfilment of the requirements for degree of Doctor of Philosophy.
- 9 White, M. W., "The Lateral-Torsional Buckling of Yielded Structural Steel Members," thesis presented to Lehigh University, at Bethlehem, Pa., in 1956, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- 10 Galambos, Theodore V., "Inelastic Lateral Buckling of Beams," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 89, No. ST5, Proc. Paper 3683, October, 1963.
- 11 Fukumoto, Y., and Galambos, Theodore V., "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns," Proc. ASCE. 92, ST2, April 1966.
- 12 Galambos, Theodore V., Adams, P. F., and Fukumoto, Y., "Further Studies on the Lateral-Torsional Buckling of Steel Beam-Columns," Bulletin No. 115, Welding Research Council, July 1966.
- 13 Bleich, F., "Buckling Strength of Metal Structures," McGraw-Hill Book Co.,

- Inc., New York, N. Y., 1952.
- 14 Ketter, R. L., Kaminsky, E. L., and Beedle, L. S., "Plastic Deformations of Wide-Flange Beam-Columns", Transactions, ASCE, Vol. 120, 1955, p. 1028.
  - 15 Hill, R., and Siebel, M. P. L., "On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range", Philosophical Magazine, Vol. 42, No. 7, 1951, p. 772.
  - 16 Haaijer, G., and Thurlimann, B., "Combined Compression and Torsion of Steel Tubes in the Strain-Hardening Range", Report No. 241. 2, Fritz Engrg. Lab., Lehigh Univ., Bethlehem, Pa., 1956.
  - 17 Flint, A. R., "The Stability and Strength of Stecky Beams", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 1, No. 90, 1953.
  - 18 Ojalvo, M., "Restrained Columns", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 86, No. EM5, Proc. Paper 2615, October. 1960.
  - 19 Ojalvo, M., and Fukumoto, Y., "Nomographs for the Solution of Beam-Column Problems", Bulletin No. 78, Welding Research Council, June, 1962.
  - 20 Prasad, J., and Galambos, Theodore V., "Ultimate Strength Tables for Beam-Columns", Bulletin No. 78, Welding Research Council, June, 1962.
  - 21 Ketter, Robert L., "Further Studies on the Strength of Beam-Columns", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 87, No. ST6, Proc. Paper 2879, August, 1961.
  - 22 "Commentary on Plastic Design in Steel", by the Joint ASCE-WRC Committee, ASCE Manual No. 41, 1961, Chapter 7.
  - 23 Lay, M. G., and Gimsing, N., "Further Studies of the Moment-Thrust-Curvature Relationship", Fritz Laboratory Report No. 297.4 (January 1964).
  - 24 Aglietti, R. A., Lay, M. G., and Galambos, T.V., "Tests on A36 and A441 Steel Beam Columns", Fritz Laboratory Report No. 278.14 (June 1964)
  - 25 Salvadori, M., "Lateral Buckling of Eccentrically Loaded I Columns" Trans. ASCE, 121, 1163(1956).
  - 26 Lay, M. G., and Galambos, T. V., "End-Moment-End-Rotation Characteristics of Beam-Columns", Fritz Laboratory Report No. 205A.35 (May 1962).
  - 27 Baker, J. F., Horne, M. R., and Heyman, J., "The Steel Skeleton", Vol. 2, University Press, Cambridge (1956).
  - 28 AISC, "Steel Construction Manual", American Institute of Steel Construction, Sixth Edition (1963).
  - 29 Ketter, R. L., Beedle, L. S., and Johnston, B. G., "Plastic Deformation of

- Wide-Flange Beam Columns", Trans. ASCE, 120,1028 (1955).
- 30 Adams, P. F., Lay, M. G., and Galambos, T. V., "Experiments on High Strength Steel Members", Welding Research Council Bulletin No.110 (November 1965).
- 31 Column Research Council, "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members CRC", Ann Arbor, Mich. (1966).
- 32 Massonnet, C., and Campus, F., "Recherches sur le Flambement de Colonnes en Acier A37, a Profil en Double te, Sollicitees Obliquement I. R. S. I. A." Bulletin No.17 (April 1956).
- 33 "Second Progress Report of the Special Committee on Steel Columns", Paper No. 1789, Trans. ASCE, 95 (1931).
- 34 Johnston, B. G., and Cheney, L., "Steel Columns of Rolled Wide Flange Section", Progress Report No.2, American Institute of Steel Construction (November 1942).
- 35 Ketter, R. L., Beedle, L. S., and Johnston, B. G., "Column Strength under Combined Bending and Thrust", The Welding Journal, 31(12), Research Suppl., 607-s to 662-s (1952).
- 36 Beedle, L. S., Ready, J. A., and Johnston, B.G., "Tests of Columns under Combined Thrust and Moment", Proc. SESA. VIII, (1), 109 (1950).

けたの非弾性横倒れ座屈強度

### 3 けたの非弾性横倒れ座屈強度

#### 3.1 緒 言

I 形部材の曲げ耐荷力および崩壊にいたる荷重－変形挙動に影響をおよぼすものとして、(1)鋼材の機械的性質、(2)部材寸法、(3)溶接または熱間圧延過程で断面に発生する残留応力分布、(4)製作加工、運搬、架設時の初期変形、初期応力、(5)横倒れ拘束材の配置間隔および剛性、(6)部材端での支持条件、(7)載荷状態などが考えられる。しかしながら、このような多くの原因の組合せによってひきおこされる曲げ部材の崩壊形式はつぎの4とおりに大きく分けられる。すなわち、(1)荷重が作用する面内での過度の塑性変形によるもの、(2)圧縮側フランジの局部座屈によるもの、(3)腹板の曲げ座屈変形によるもの、(4)部材の横倒れ座屈変形によるもの、などである。これらの崩壊形式のうち、本研究では(4)の横倒れ座屈について考察するものである。

I 形部材断面の最大主軸まわりに曲げが作用するとき、曲げがある一定値に達すると、部材はたわみ面内から面外へのねじれを伴った横倒れ変形による座屈が生じる。このような部材の横倒れ現象を明らかにするには、(1)曲げによる腹板の座屈と上下フランジの座屈変形をともに考慮した、いわゆる桁の全体座屈とみなすもの、(2)桁の Kippen の問題として、座屈時の桁の横断面形が原形を保って変形しないもの、または横断面形の変形を考慮して座屈強度の低下を考慮したもの、(3)桁の圧縮側フランジと腹板の一部からなる 1 本の柱材とみなし、フランジ面内での Euler 座屈とみなすもの、(4)部材のたわみ曲率が面外への座屈強度におよぼす影響を考慮したもの、(5)これらの問題に初期応力および初期変形を考慮して不安定問題とみなすもの、などの諸点からの取扱いによって検討することが考えられる。また、桁の横倒れ変形を防止するために設ける各種ブレーシング形式が桁の座屈強度、耐荷力におよぼす効果、ならびに、ブレーシング間隔が塑性設計における塑性ヒンジ回転能に与える影響などが、ほかに検討すべき問題点となってくる。

横倒れ座屈に関する研究は Prandtl が 1899 年にこの問題をとりあげて以来、弾性座屈、最近是非弾性座屈、塑性座屈においても活発に研究が進められてきている。1910～1960 年のこの分野の莫大な文献は Lee によってまとめられている<sup>(9)</sup>。また、文献(3)は横倒れ座屈に関する代表的な考え方を紹介しており、各種設計示方書に含まれる曲げによる許容圧縮応力度式の基本式を解説している。また、文献(1)にはプレートガーダーの各種座屈に関する 1849～1960 年の計 274 編の文献が集録されている。プレートガーダーの座屈、耐荷力に関する最近の文献調査は文献(8)、(9)、(24)にみることができる。

曲げ部材の横倒れ座屈に関する実験は弾性域、弾塑性域における座屈を問題にする強度からの検討と、塑性設計に関連して、塑性崩壊に導くために必要とされる塑性ヒンジの回転を保つようにした、ひずみ硬化域における座屈変形能に関する検討に分けることができる。弾性ならびに非弾性域における実験は Hechetman らによる圧延 H 形鋼ばりによるもの<sup>(7)</sup>、Neal による長方形断面模型ばりの実験<sup>(12)</sup>、アルミ合金を用いた Clark らの実験<sup>(2)</sup>、鉄筋コンクリート長方形断面桁による実験<sup>(6)・(11)</sup>などがある。また、わが国



では最近になって、プレートガーダーの座屈<sup>(8)</sup>、下路プレートガーダーの横倒れ座屈<sup>(9)</sup>、船体の縦通材の横倒れ座屈実験<sup>(23)</sup>、アルミ合金を用いたもの<sup>(24)</sup>などが発表されている。ひずみ硬化域における座屈実験は塑性設計における最適ブレースング間隔を決めるのに関連して、おもに、Lehigh 大学を中心に行なわれてきている<sup>(8)-(10)</sup>。

本章では弾塑性域における I 形部材の横倒れ座屈強度ならびに崩壊にいたる荷重-変形状を明らかにするために行なった理論的ならびに実験的研究を取り扱っている。一軸対称 I 形部材に任意形の残留応力分布が含まれるときの座屈強度の求め方を説明し、つづいて 2 軸対称 I 形部材、すなわち、桁高の低い溶接 I 形ばりと溶接プレートガーダーを対象として、実験を行なった。用いた鋼材は SM50 と HT80 の 2 種類である。

本章で検討する項目はつぎのようである。すなわち、(1)横倒れ座屈実験と各種計算値との比較検討、(2)溶接による残留応力分布が横倒れ座屈強度に与える影響、(3)初期変形が横倒れ座屈強度に与える影響、(4)プレートガーダーの耐荷力と腹板座屈強度との関係、(5)設計基本式への拡張、などをとりあげる。

### 3.2 横倒れ座屈強度

#### 等曲げをうける部材

2 章で扱った軸方向力と曲げをうける部材の座屈に関する基礎方程式において、軸方向力 P に関する項を除くと、曲げに関する横倒れ座屈基本式を導くことができる。両端に等曲げが作用するときの、けたの横倒れ座屈強度は、いま、けたが横倒れに対して単純支持されていると、つぎの式で表わされる。

$$M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{B_y \sqrt{C_T - \int_A \sigma S^2 dA} + \frac{\pi^2}{L^2} C_w} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $B_y$ 、 $C_w$ 、 $C_T$ 、 $\int_A \sigma S^2 dA$  は 2 章 2.3 節に定義する、断面に関する係数であり、これらは非弾性域においては、断面に分布する残留応力と外力として加えられる曲げによる垂直応力との和によってきまり、降伏域のひろがりの関数として求めることができる。

一軸対称 I 形部材に左右対称な任意の残留応力分布が初期応力として存在する場合には、非弾性域における上記の各断面に関する係数は、ごく簡単な場合を除いて、解析的に求めることはきわめて困難となってくる。ここでは断面を小ブロックに分割する方法によった。まず、断面の曲げモーメント-曲率を求めるのに、断面の重心点でのひずみを適当にえらび、trial and error にて断面において  $\sum \sigma_i \Delta A_i = 0$  がえられるように、曲率したがってひずみ分布を求め、これに対応する断面の曲げモーメント、応力分布、断面に生ずる降伏域のひろがりを求めることができる。

図-1 は図-3 の pattern ①に示すような残留応力分布が、上下不等フランジの断面の曲げモーメント-曲率曲線に与える影響を調べたものである。上側の曲線は残留応力分布を含まない断面に対するものである。同一モーメント値に対する断面の降伏域のひろがりの様子が 2 本の曲線からよくわかる。なお、用いた断面の分割方法は、図-2 に示すように残留応力分布の勾配の急なところは面積区分を細かくとり、腹板は等区分した。ここで用いた分割はフランジを上下ともそれぞれ  $24 \times 8$  に、腹板を  $10 \times 1$

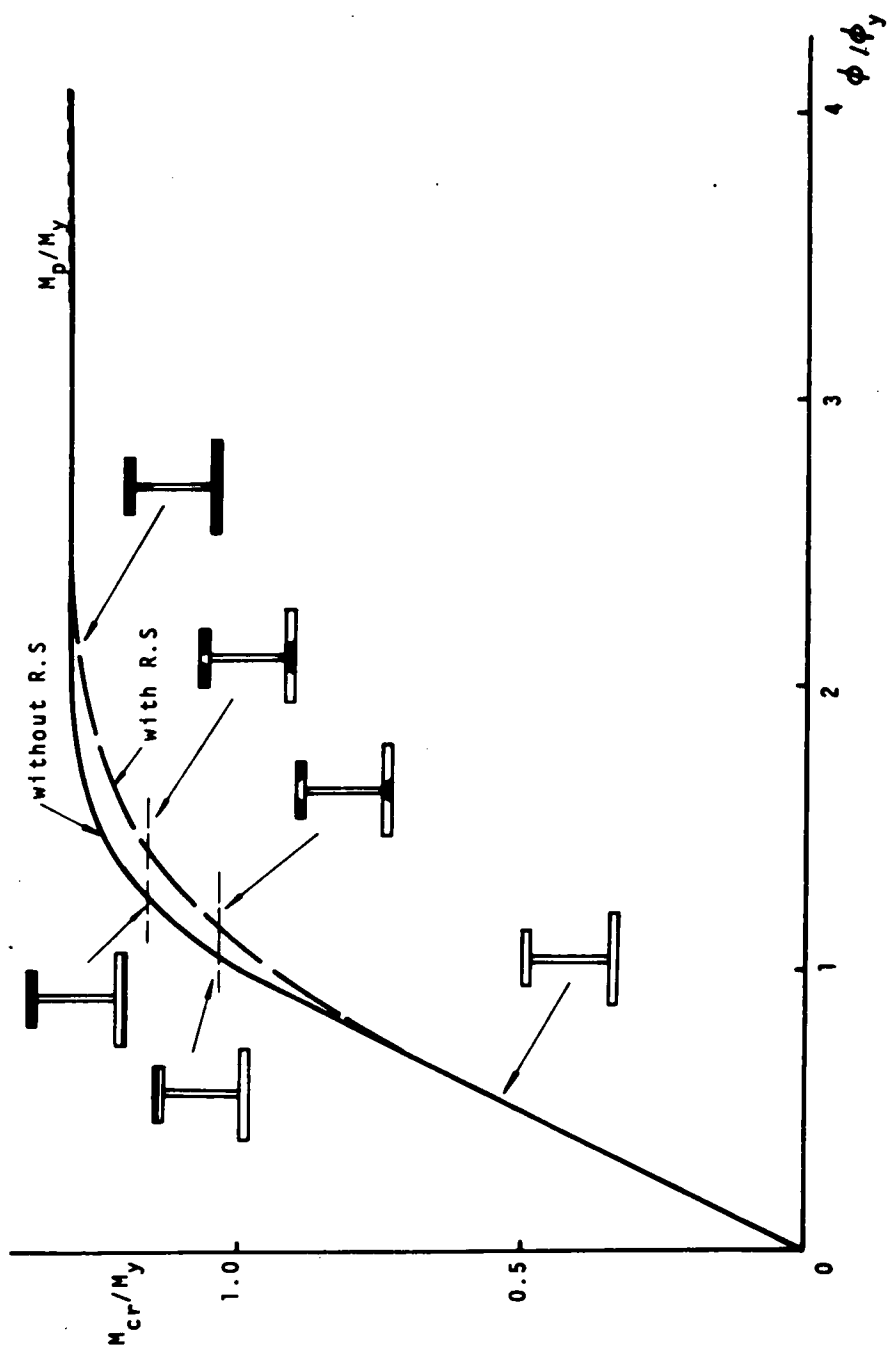


Fig.1 Bending moment—curvature relationships

としてある。

このようにして求めた曲げモーメントー曲率ー降伏域のひろがりの関係を用いて、2章2.3.節に定義する  $B_y$ ,  $C_T$ ,  $C_w$ ,  $\int_A \sigma \epsilon^2 dA$  の値を小区分した断面に対して求め、式(1)に代入すると等曲げをうける横倒れ座屈強度が求まる。

図-3は図中に示す2種類の残留応力分布をもつはりの断面形状と座屈強度との関係を示したものである。なお、残留応力分布を含まない一軸対称断面の場合には、Clark<sup>(2)</sup>の求めた弾性座屈の厳密解と一致した精度がえられた。非弾性域においては、残留応力分布の違いが座屈強度曲線に与える影響がよくわかる。上下不等フランジ断面の場合には、断面の弾性限から断面塑性化までの強度のひろきが大きくなり、非弾性座屈を起す強度の範囲がひろくなる。

本章の次節以下には、このようにして求めた座屈強度と、はりおよびけたタイプのI形部材を用いた実験による横倒れ耐荷力とを比較してある。また、3.5節の理論値と実験値との比較には、曲げによる腹板座屈、断面の変形が横倒れ座屈に与える影響も検討してある。

#### 不等曲げをうける部材

横倒れに対して単純支持された部材の両端に作用する曲げモーメントの値が異なるときの部材の横倒れ座屈強度を求める。2章で求めたのと同様の解析法をとり、部材を等格間距離に分割し、各格点に関する横倒れに関する差分方程式をたて、境界条件を満足しながら、その係数行列式の値が零になるようにした。

非弾性域における部材の格間数  $n$  とえられた座屈強度との精度を比較すると、図-4のようになる。計算に用いた断面は  $250 \times 100 \times 8 \times 6$  である。分割数  $n = 15$  で座屈強度はほぼ収れんしているようである。

図-5は2章で用いた8WF31の断面寸法を用いて格間数  $n = 21$  としたときの座屈強度曲線を両端のモーメント比をパラメータとして示したものである。非弾性域における、両端のモーメント比が座屈強度に与える影響を明らかにすることができる。

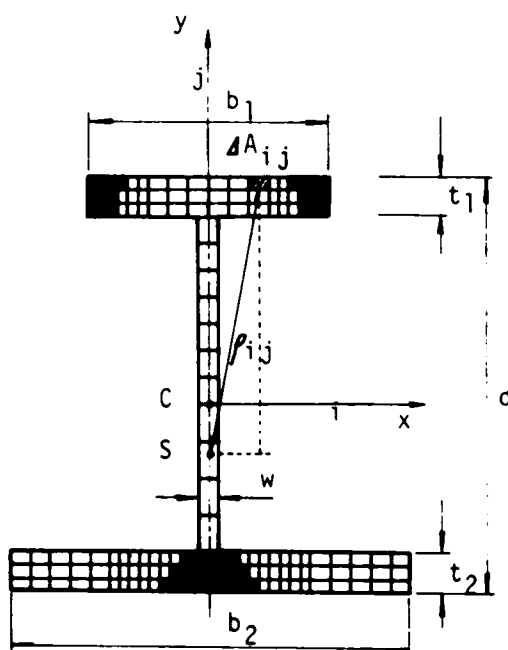


Fig.2 Cross sectional segments

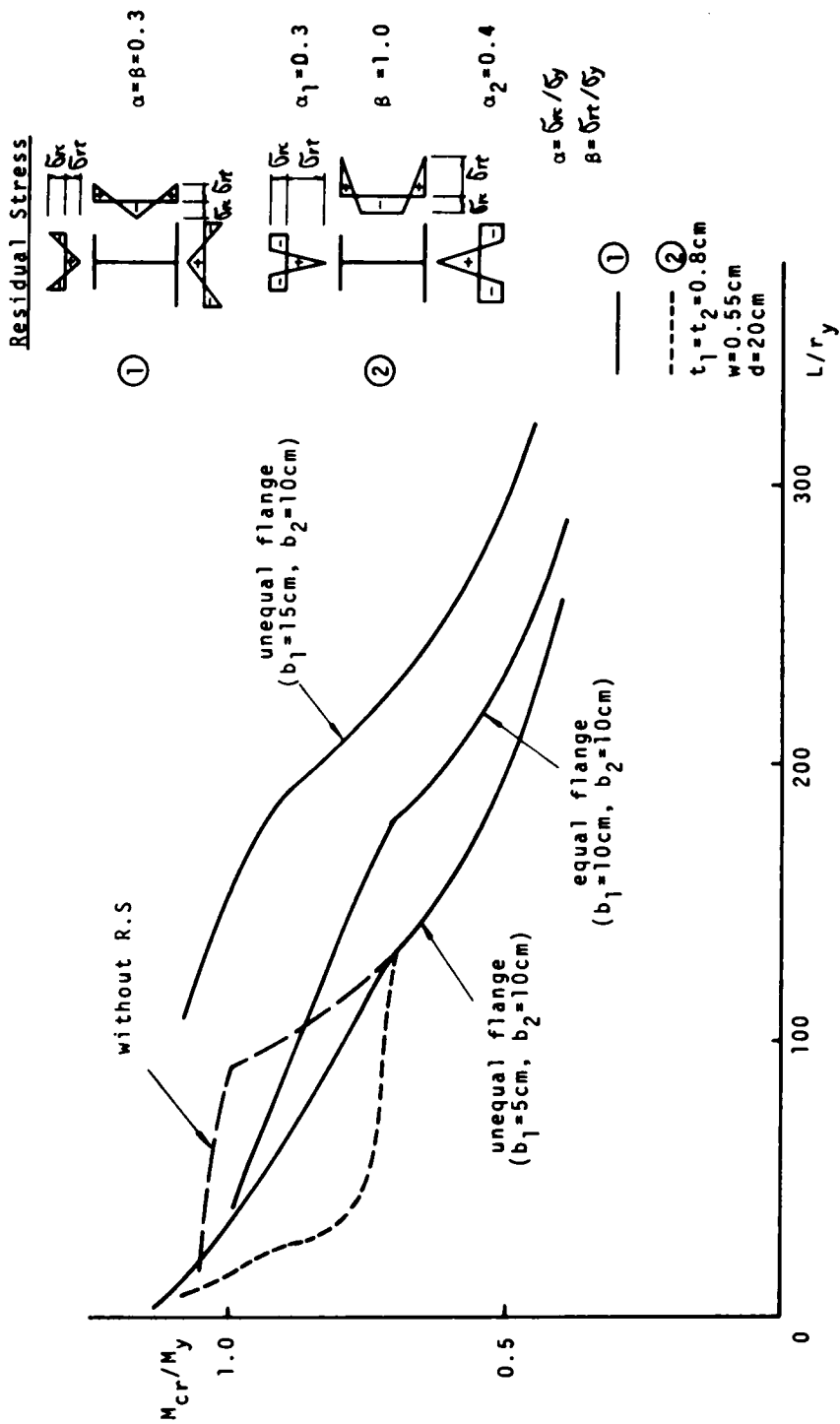


Fig.3 Lateral buckling strength curves

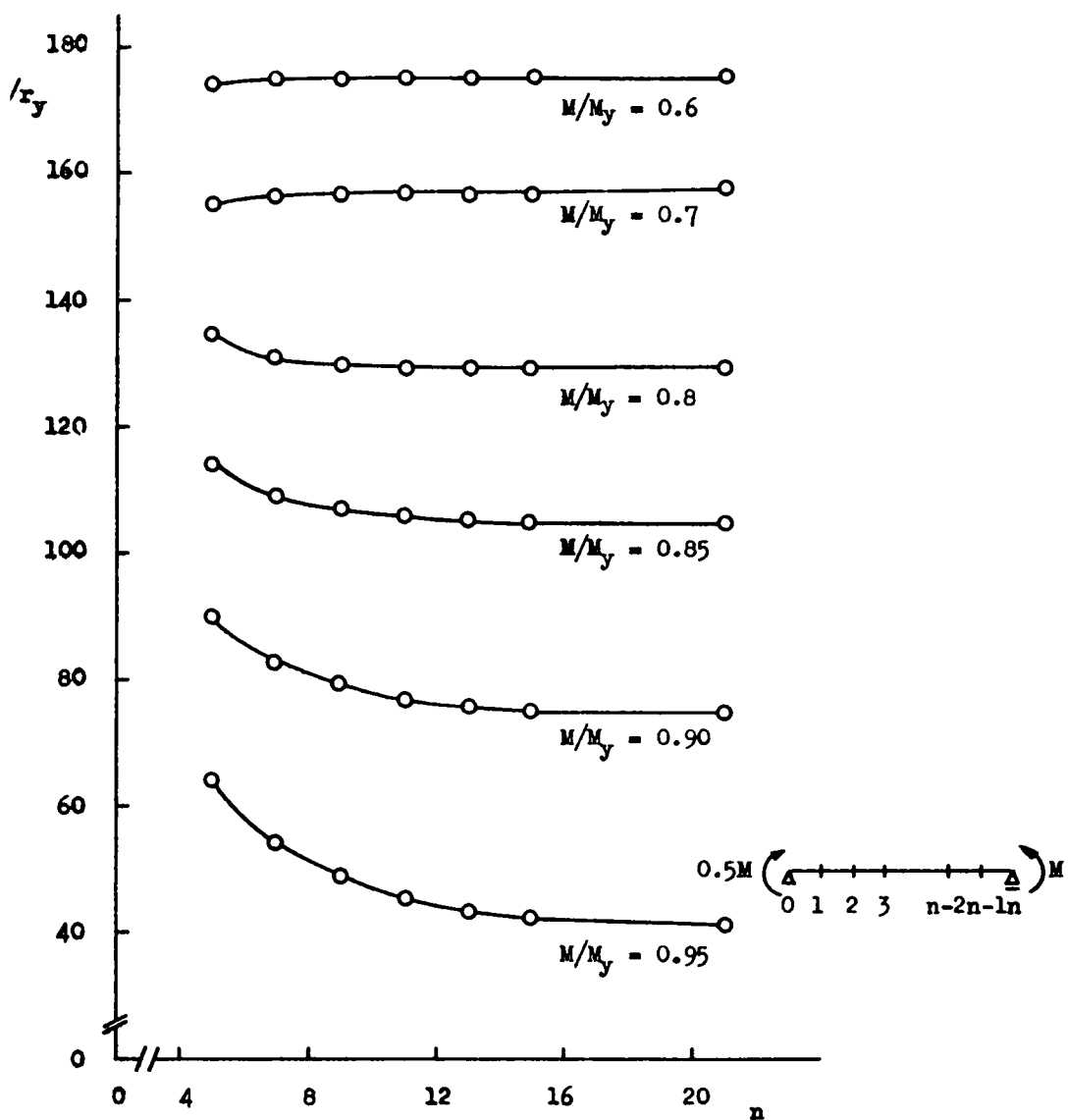


Fig.4  $L/r_y$  versus  $n$  curves for a beam

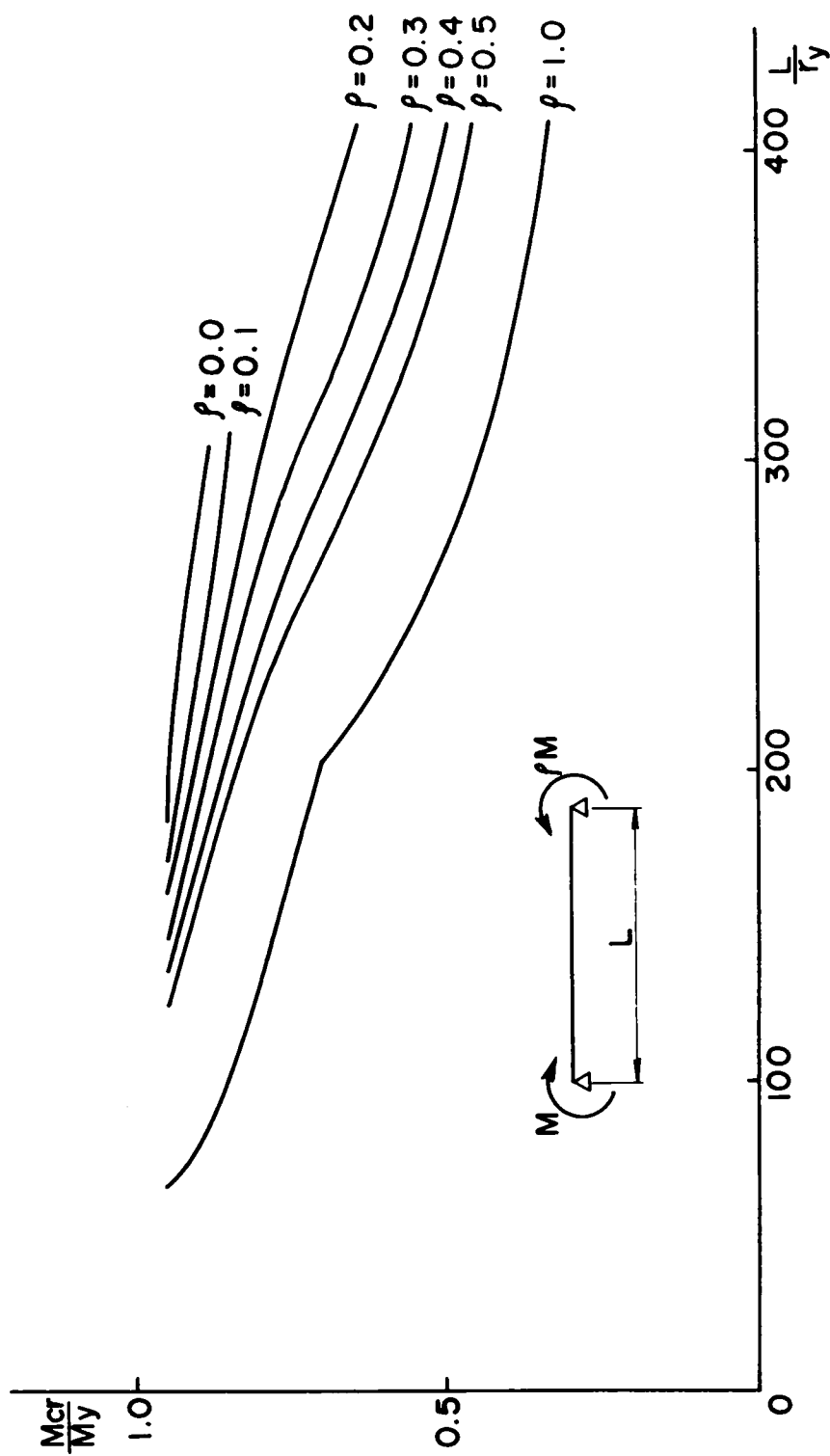


Fig.5 Critical bending moments for various end moment ratios

### 3.3 実験内容

#### (1) 供試体

供試体の大きさは比較的桁高の低いI形はり(はり高さ25cm, 30cm, スパン2.5m~4.5mのSM50材21本, HT80材15本の計36本, うち残留応力除去焼鈍ばり12本), およびプレートガーダー的なI形桁(桁高さ80cm, 100cm, スパン2.8m~4.0mのSM50材2本, HT80材4本, SM50とHT80のハイブリット1本の計7本)からなっている。表-1は供試体寸法, 鋼材種, 荷重状態, などがまとめている。供試体の両端に作用するモーメント比は1.0と0.5の2通りとした。また, 等曲げの場合には, はりタイプのA, B, C, Dは同じ長さの供試体を2本製作し, 1本は溶接のまま, ほかの1本は溶接後, 残留応力除去焼鈍を行なった。図-6は桁タイプの供試体の詳細図である。G-D, G-Fはパネル数は2であり, ほかの桁のパネル数は3である。

#### (2) 載荷装置

実験に用いた載荷装置は写真-1および図-7(はり), 図-8(桁)のようである。供試体の両端にあて板を溶接し, これを箱形断面のかなり剛な載荷用はりにHTボルト締めによって固定した。荷重は2点集中荷重とし, 載荷用はりに加圧した。これにより, ジャッキの容量が等しいときは中央の供試体に等曲げが作用するようにした。また, 容量の異なったジャッキを用いて, 供試体の両端の曲げモーメント比が0.5になるようにした。載荷用はりには, 載荷点の断面において, その両側からはさむように横倒れ防止わくを配置した。



Photo 1 Over-all view of test setup

#### (3) ひずみ測定

はりタイプの供試体では図-9に示す位置にひずみゲージ(単軸10mmゲージ長)を貼付し, 横倒れ時のフランジのひずみ分布の状態, はりの横倒れ有効長さを求めるのに用いた。また, 桁タイプではフランジのほかに, 腹板の面外変形を求めるため腹板両面に直交2成分のひずみゲージを図-10に示す位置に貼付した。

#### (4) 変位測定

はりタイプの供試体では, 荷重とともに変位する断面の水平(u), 鉛直(v), ねじれ( $\beta$ )変位を測定した。これらの変位は, 供試体の両側に供試体に平行に設置したトランシットを用い, 供試体の測定断面の上フランジに据えた $\pi$ 形スケールの目盛を読みとるようにして求めた(写真-2参照)。図-11のトランシットEとWの望遠鏡を鉛直方向, 水平方向に回転し, 十字線を横ぎる $\pi$ 形スケールの目盛から無載荷時の $H_{EO}$ ,  $H_{WO}$ および $V_{EO}$ ,  $V_{WO}$ を読みとり, 変形後のスケールの目盛から,  $H_E$ ,  $H_W$ および $V_E$ ,  $V_W$ を読みとると, 断面のねじれ角 $\beta$ は,







Fig. 6 Details of test girders Unit: mm

	G-A	G-B	G-C	G-D	G-E	G-F	G-G
①	1200	1200	900	1000	900	1000	900
②	450	450	350	-	350	-	350
③	1000	1000	800	800	800	800	800
④	980	984	780	780	780	780	780
⑤	10	8	10	10	10	10	10
⑥	190	192	140	140	140	140	140
⑦	130	120	110	110	130	130	110
⑧	178	168	158	178	178	178	158
⑨	980x6x4100 (SM50A)	984x6x4100 (SM50A)	780x6x3300 (HT80)	780x6x2800 (HT80)	780x6x3300 (HT80)	780x6x2800 (HT80)	780x6x3300 (SM50A)
⑩	130x10x4100 (SM50A)	120x8x4100 (SM50A)	110x10x3300 (HT80)	110x10x2800 (HT80)	130x10x3300 (HT80)	130x10x2800 (HT80)	110x10x3300 (HT80)
⑪	62x8x 980 (HT80)	51x8x 984 (HT80)	52x8x 780 (HT80)	52x8x 780 (HT80)	62x8x 780 (HT80)	62x8x 780 (HT80)	52x8x780 (HT80)
⑫	178x6x 230 (HT80)	168x6x 230 (HT80)	158x6x 230 (HT80)	158x6x 230 (HT80)	178x6x 230 (HT80)	178x6x 230 (HT80)	158x6x230 (HT80)
⑬	30x10x300 (SM50A)	30x8x 300 (SM50A)	30x10x300 (HT80)	30x10x300 (HT80)	30x10x300 (HT80)	30x10x300 (HT80)	30x10x300 (HT80)

Table 1(a) Dimensions of test beams

Test Beams	Steel	d (mm)	b (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	End Moment Ratios	Remarks
A-1-0	S M50 A	250	100	6	8	3,000	1.0	annealed
A-1-1		250	100	6	8	3,000	1.0	as-weld
A-1-2		250	100	6	8	3,000	0.5	as-weld
A-2-0		250	100	6	8	4,000	1.0	annealed
A-2-1		250	100	6	8	4,000	1.0	as-weld
A-2-2		250	100	6	8	4,000	0.5	as-weld
A-3-0		250	100	6	8	4,500	1.0	annealed
A-3-1		250	100	6	8	4,500	1.0	as-weld
A-3-2		250	100	6	8	4,500	0.5	as-weld
B-1-0	S M50 A	250	120	6	8	3,000	1.0	annealed
B-1-1		250	120	6	8	3,000	1.0	as-weld
B-2-0		250	120	6	8	4,000	1.0	annealed
B-2-1		250	120	6	8	4,000	1.0	as-weld
B-3-0		250	120	6	8	4,500	1.0	annealed
B-3-1		250	120	6	8	4,500	1.0	as-weld
C-1-0	S M50 A	300	100	6	8	3,000	1.0	annealed
C-1-1		300	100	6	8	3,000	1.0	as-weld
C-2-0		300	100	6	8	4,000	1.0	annealed
C-2-1		300	100	6	8	4,000	1.0	as-weld
C-3-0		300	100	6	8	4,500	1.0	annealed
C-3-1		300	100	6	8	4,500	1.0	as-weld
D-1-0	HT 80	250	100	7	10	2,500	1.0	annealed
D-1-1		250	100	7	10	2,500	1.0	as-weld
D-1-2		250	100	7	10	2,500	0.5	as-weld
D-2-0		250	100	7	10	3,000	1.0	annealed
D-2-1		250	100	7	10	3,000	1.0	as-weld
D-2-2		250	100	7	10	3,000	0.5	as-weld
D-3-0		250	100	7	10	3,500	1.0	annealed
D-3-1		250	100	7	10	3,500	1.0	as-weld
D-3-2		250	100	7	10	3,500	0.5	as-weld
E-1-0	HT 80	250	120	7	10	2,500	1.0	as-weld
E-2-0		250	120	7	10	3,000	1.0	as-weld
E-3-0		250	120	7	10	3,500	1.0	as-weld
F-1-0	HT 80	300	100	7	10	2,500	1.0	as-weld
F-2-0		300	100	7	10	3,000	1.0	as-weld
F-3-0		300	100	7	10	3,500	1.0	as-weld

d = beam height, b = flange width, t = flange thickness, w = web thickness, L = beam length

Table 1(b) Dimensions of test girders

Test Girders	Steel	d (mm)	b (mm)	w (mm)	t (mm)	L (mm)	End Moment Ratios
G-A	SM 50 A	1,000	130	6	10	4,100	1.0
G-B	SM 50 A	1,000	120	6	8	4,100	1.0
G-C	HT 80	800	110	6	10	3,300	1.0
G-D	HT 80	800	110	6	10	2,800	1.0
G-E	HT 80	800	130	6	10	3,300	1.0
G-F	HT 80	800	130	6	10	2,800	1.0
G-G	Flange HT 80 Web SM 50 A	800	110	6	10	3,300	1.0

$$\cos\beta = b_2 / (b_1 + H_E + H_W)$$

また、上フランジ中央の水平および鉛直変位  $u$ 、 $v$  は、

$$u = \frac{1}{2} \{ (H_{EO} - H_E \cos\beta) + (H_{WO} - H_W \cos\beta) \}$$

$$v = \frac{1}{2} \{ (V_{EO} - V_E \cos\beta) + (V_{WO} - V_W \cos\beta) \}$$

から求めることができる。

桁タイプでは、変位を測定する断面位置においてテストベッドに断面を開んで軽量アングル形鋼を四角に組んだ固定わくを据え、断面が変位するときの水平、鉛直変位を固定わくからダイヤルゲージにて測定した。上フランジのねじれ角を測定するため、測量用クリノメーターをフランジ上面にとりつけた。また、腹板の面外変形を、腹板と上下フランジ溶接線からの相対変位に対して測定した（写真-3）。供試体の各変位成分の測定位置を図-9、図-10に併記した。

#### (5) 供試体の初期変形

各供試体とも載荷用はりにとりつけ、加圧できる状態のもとで、スパン中央の上下フランジの水平方向の初期変位量を供試体の両端部からの曲りによって測定した。表-2は供試体の初期変位の量をまとめたものである。

桁タイプでは、供試体を横倒れ座屈によって崩壊するように設計したため、図-6のように各供試体とも薄肉断面構成となった。このため、溶接による変形量、ひずみきょう正後



Photo 2 Lateral buckling of Beam B-2-1



Photo 3 Girder G-G during test

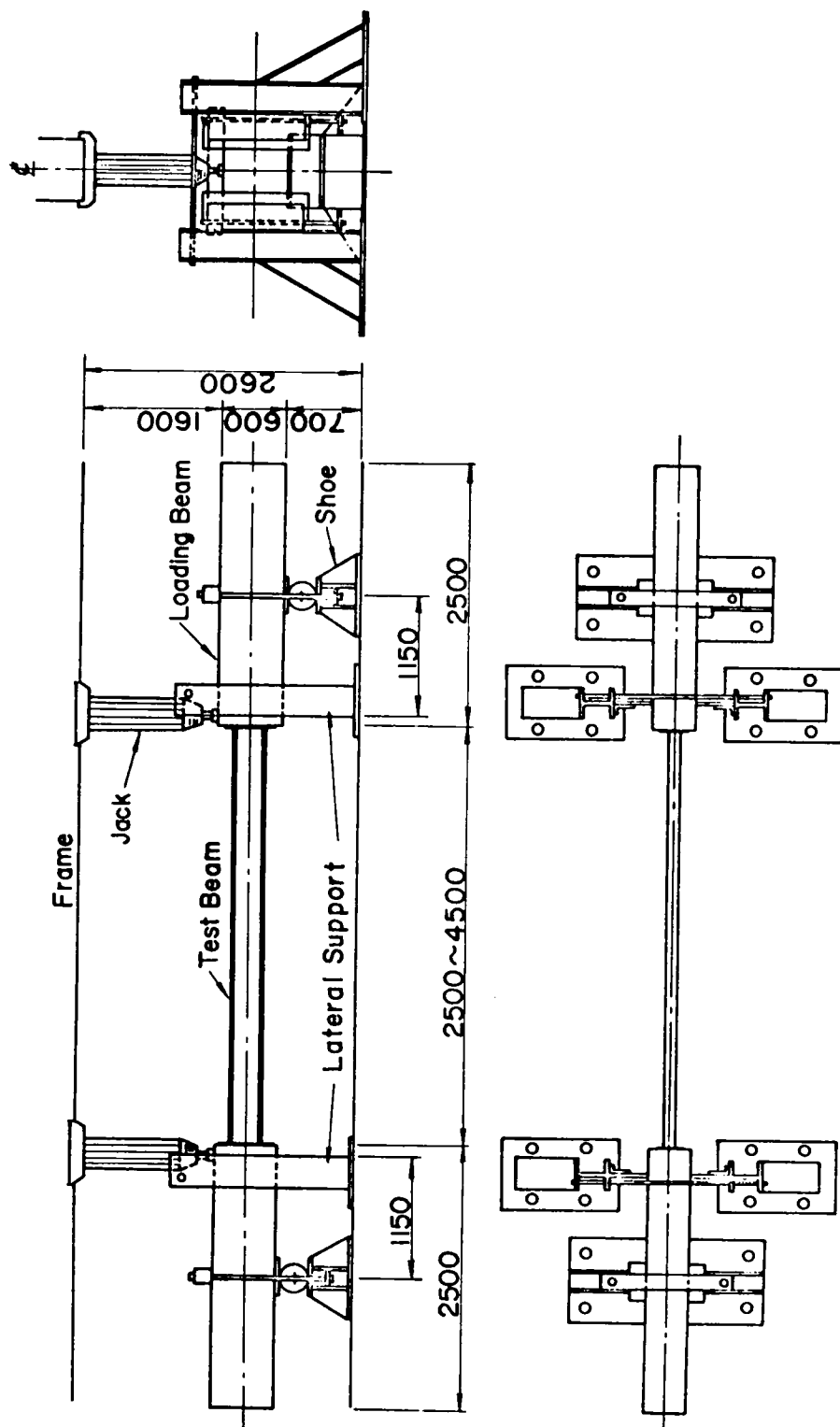


Fig.7 Test setup for beams

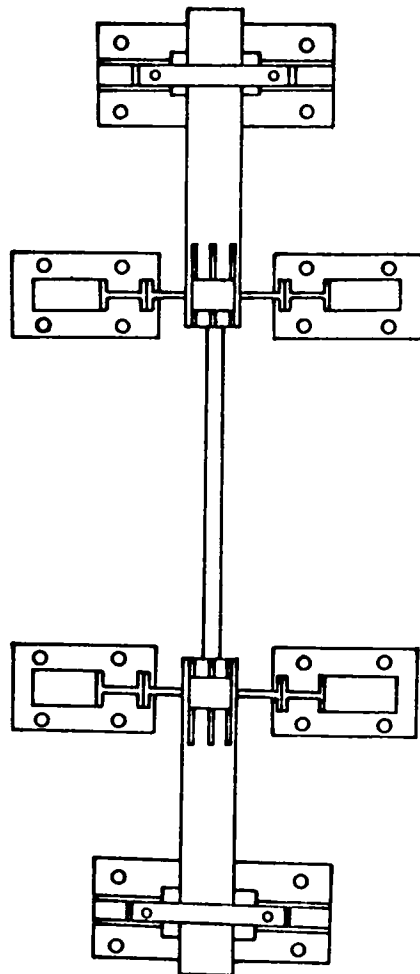
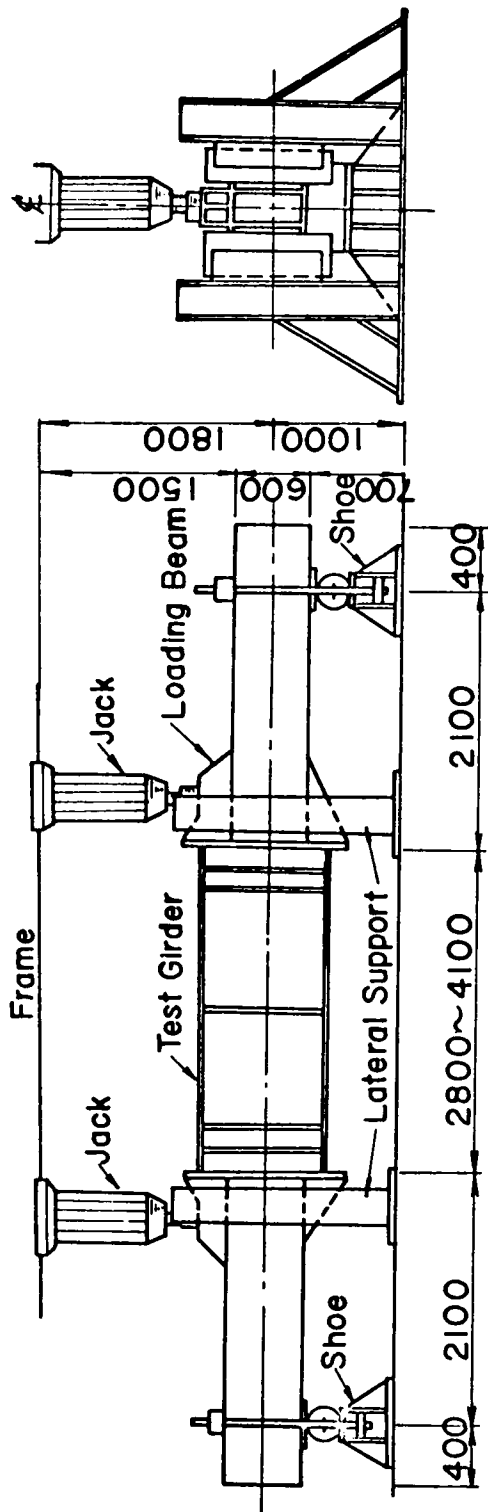


Fig.8 Test setup for girders

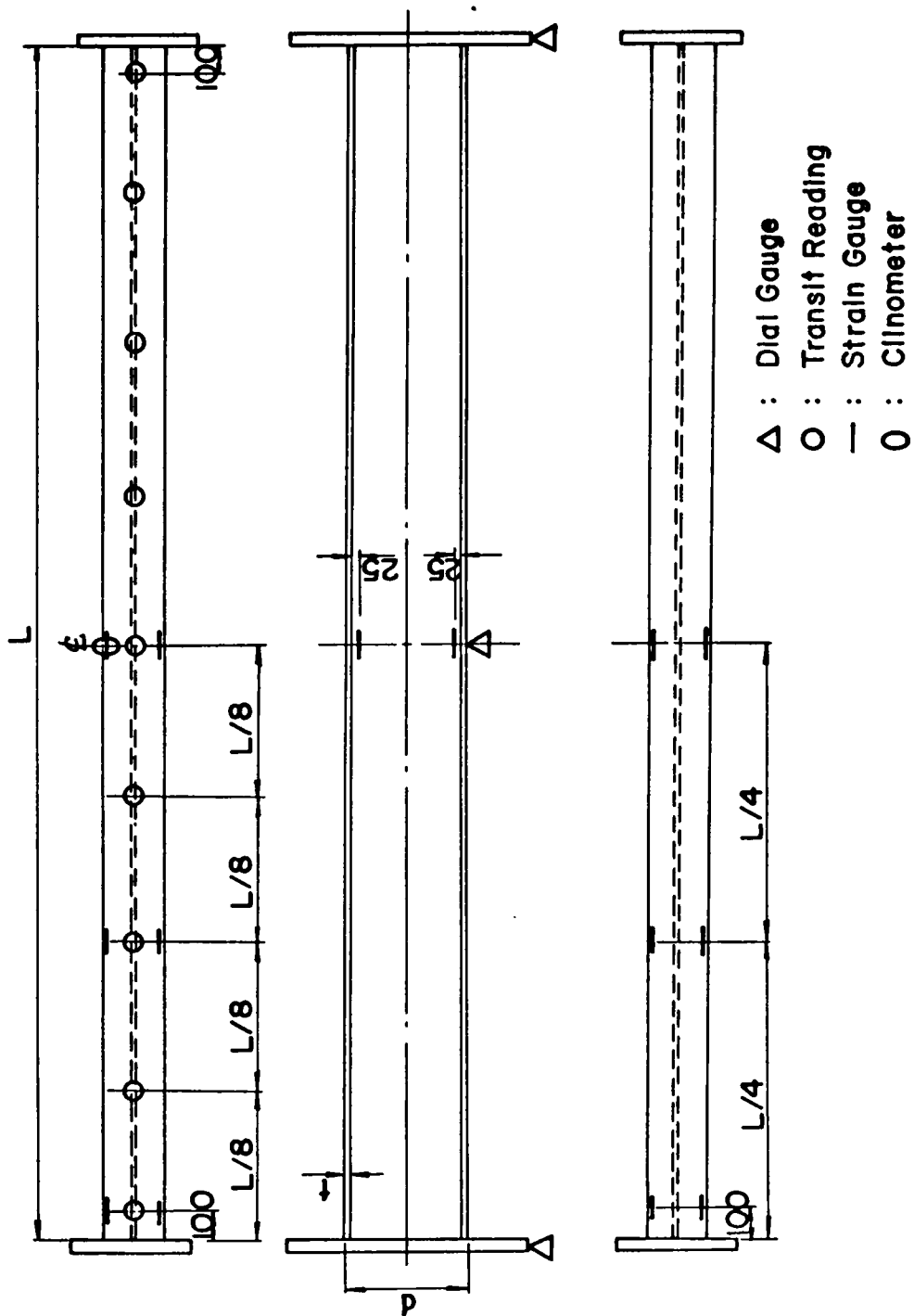
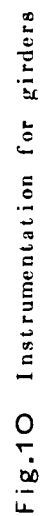


Fig.9 Instrumentation for beams





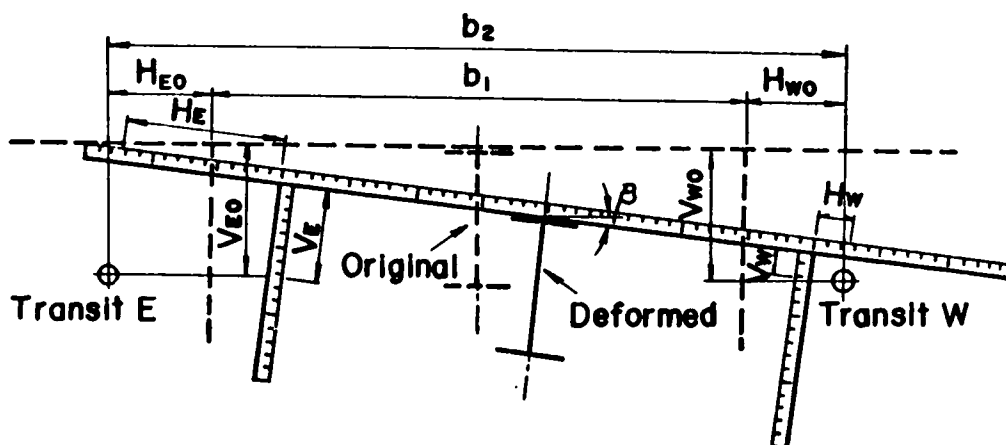


Fig.11  $\pi$ -scale

Table 2 Initial imperfections of flanges

Test Beams and Girders	Upper flange $\delta_u$ (mm)	Lower flange $\delta_l$ (mm)	$\delta_u/L$	$\delta_l/L$
A-1-0	0	0	0	0
A-1-1	1.5	0	1/1,960	0
A-3-1	4.5	0	1/1,000	0
B-1-0	3	8	1/990	1/370
B-2-0	0	2	0	1/1,935
B-3-1	0	6	0	1/745
C-1-0	1.5	1.5	1/1,970	1/1,970
C-1-1	4.8	6.8	1/620	1/435
D-2-0	0	0	0	0
D-2-2	0	0	0	0
D-3-1	2.5	0	1/1,400	0
D-3-2	1	0	1/3,470	0
E-2-0	1	0	1/2,960	0
E-3-0	2.5	0	1/1,390	0
G-A	1	1.5	1/4,100	1/2,720
G-B	1	5	1/4,100	1/820
G-C	1	2	1/3,300	1/1,650
G-D	3	3	1/940	1/940
G-E	0	0	0	0
G-F	2	0	1/1,400	0
G-G	0	1	0	1/3,300

の変形量、載荷はりにとりつけ加圧できる状態での供試体の変形量を測定し、記録した。図-12は加工工場において実測した溶接のままとひずみとりきょう正後、( )内の数字、の腹板の変形量ならびにひずみとりきょう正の方法とそれをほどこした箇所を示してある。

供試体の無載荷時の腹板の初期変形の様子は図-13のようである。図中、実線で表わしたのがそれであり、各パネル中央断面における腹板の初期たわみ最大値の位置の数字はたわみ量を表わし、( )内の数字は初期たわみの腹板厚に対する比を表わしている。

#### (6) 溶接条件と焼鈍条件

HT80材を用いた供試体の溶接条件は、はりタイプでは使用溶接棒L80(八幡)、 $\phi 5$  手溶接、電流180～230 amp、予熱120℃である。桁タイプでは使用溶接棒KS116、B-1(川鉄)、 $\phi 4$  手溶接、電流165～175 amp、予熱120℃である。

また、残留応力を除去するために炉内焼鈍を行なった。焼鈍条件は図-14のように、SM50材では炉内最高温度630℃、90分継続ののち、常温にもどるまで炉内に置き、また、HT80材では炉内最高温度555℃、60分継続ののち、常温にもどるまで炉内に放置した。

### 3.4 実験結果

#### (1) 鋼材の引張試験結果

はりのA, B, Cタイプに用いたSM50材の板厚6, 8のJIS1号試験片による応力-ひずみ関係、D, E, Fタイプに用いたHT80材の板厚7, 10のJIS5号試験片による応力-ひずみ関係の結果を表-3(a)に示す。また、桁タイプの引張試験の結果を表-3(b)に示す。後の実験結果をまとめるため、各鋼材に対する材料強度は同表の平均値を代表値として用いた。

#### (2) 荷重-変位曲線

供試体に等曲げが作用したときのスパン中央断面の圧縮側フランジの鉛直変位 $v$ 、水平変位 $u$ 、断面のねじれ角 $\beta$ と作用モーメントとの関係を示す。図-15(a)ははりA-1-1(SM50)、図-15(b)ははりD-1-0(HT80)の供試体の各変位の変化の様子を示す。図中、 $v$ に対する一点鎖線は供試体の弾性たわみ曲線、 $v = ML^2/8EI$ 、を表わしており、弾性内での両者の良好な一致がみられる。 $u$ 、 $\beta$ ともモーメントが $M_{max}$ に近づくとき急に大きく変位する様子が示されている。荷重が①→②→③→④と変化するにしたがって、変位していく断面の様子が併示している。はりタイプでは断面は原形を保ちつつ変位している。

図-16(a)は桁G-A(SM50)、図-16(b)は桁G-C(HT80)のスパン中央断面の荷重-変位曲線の一例を示したものである。上下フランジの $u$ 、 $v$ 、 $\beta$ の測定値および腹板の面外たわみの測定値を合成して、荷重とともに変形する断面全体の様子を図の右側に併示してある。G-A断面では断面はねじれ変形が顕著にあらわれており、これに反し、G-C断面では断面は水平方向の変形があらわれている。図中、 $v$ に対する一点鎖線は桁の弾性たわみの計算値である。図の荷重履歴は①→②→③→④である。

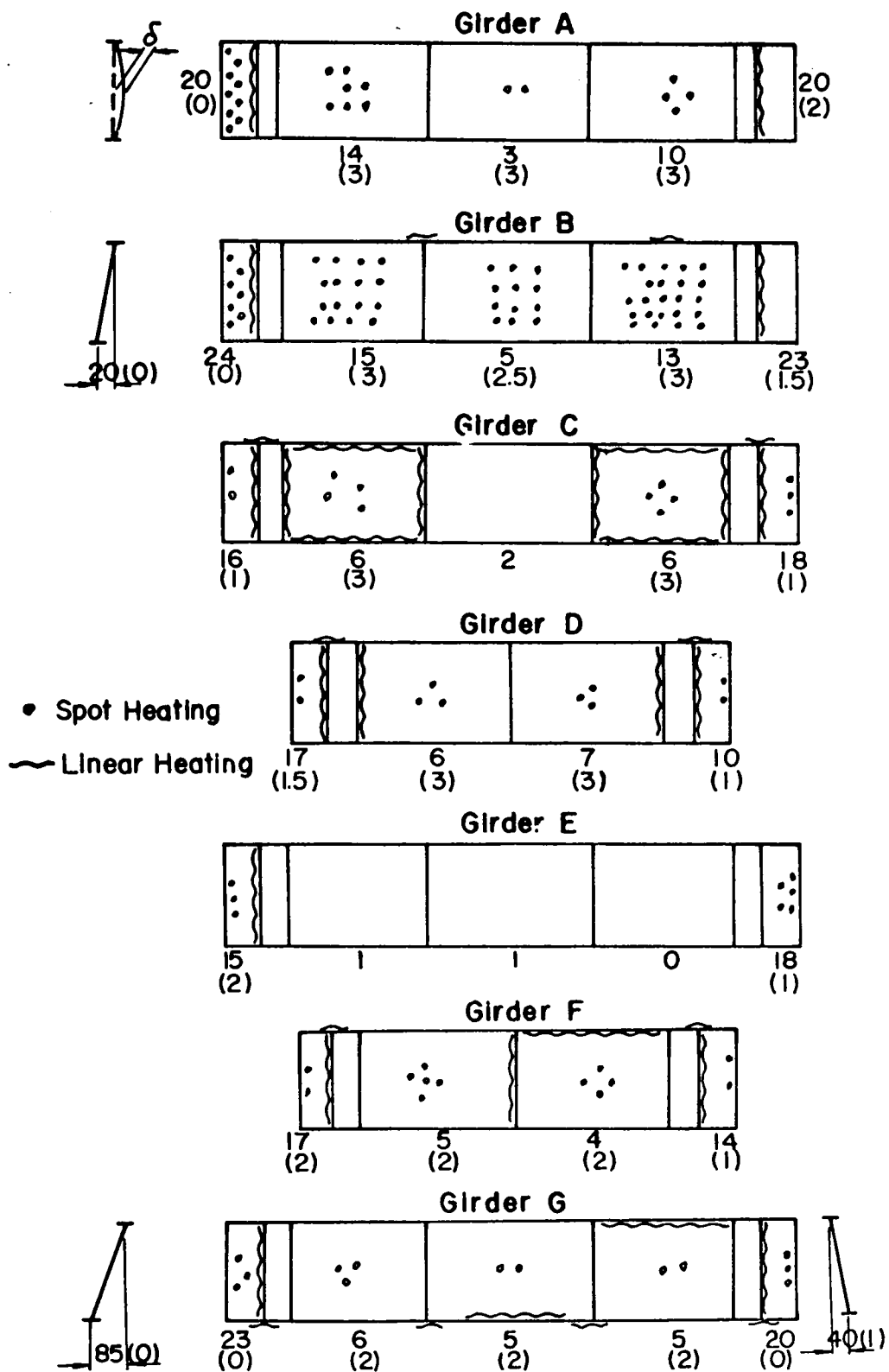


Fig.12 Distortions of girders due to welding

# Girder A

Direction of Lateral Displacement

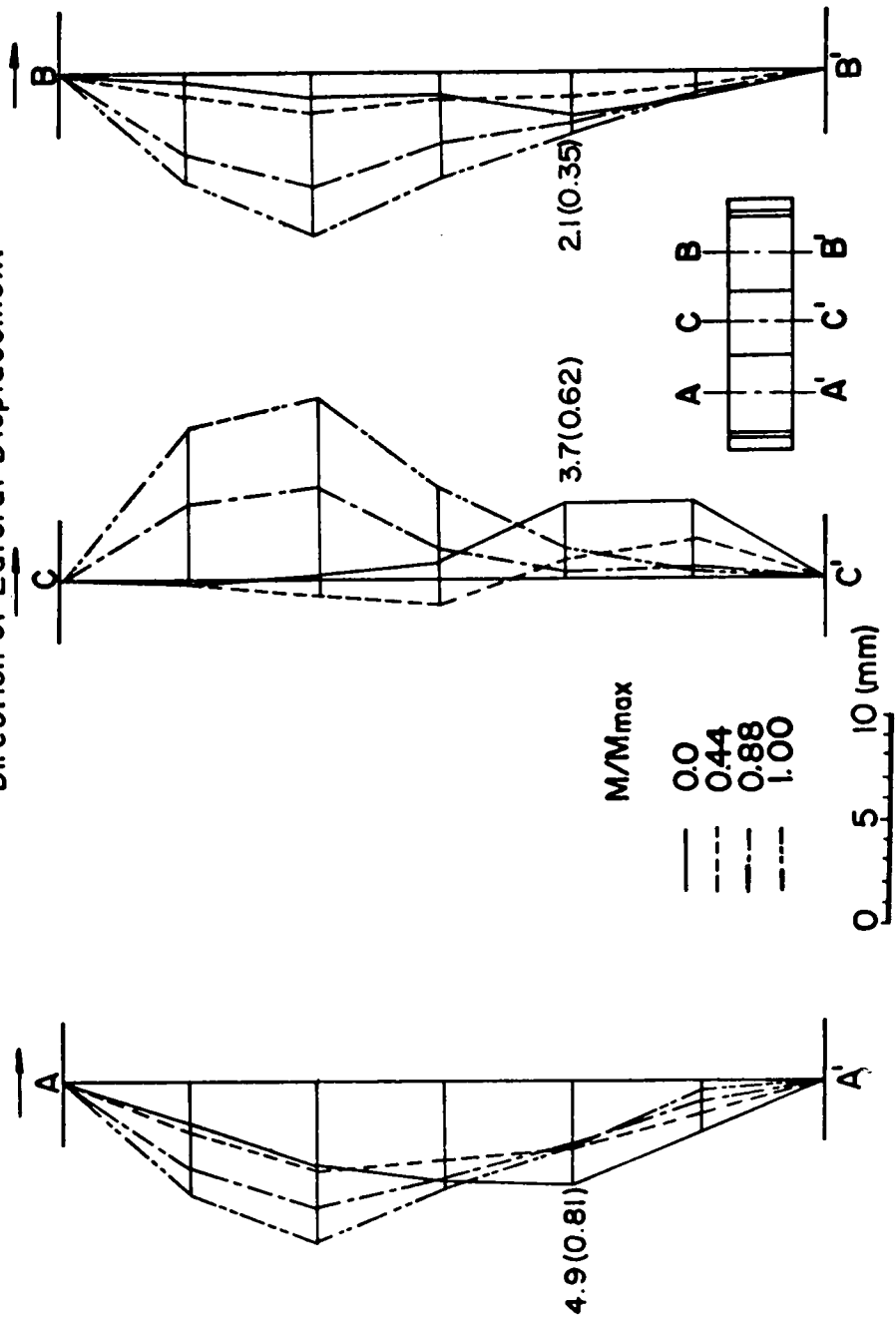


Fig.13 (a) Web deflection of girders

# Girder D

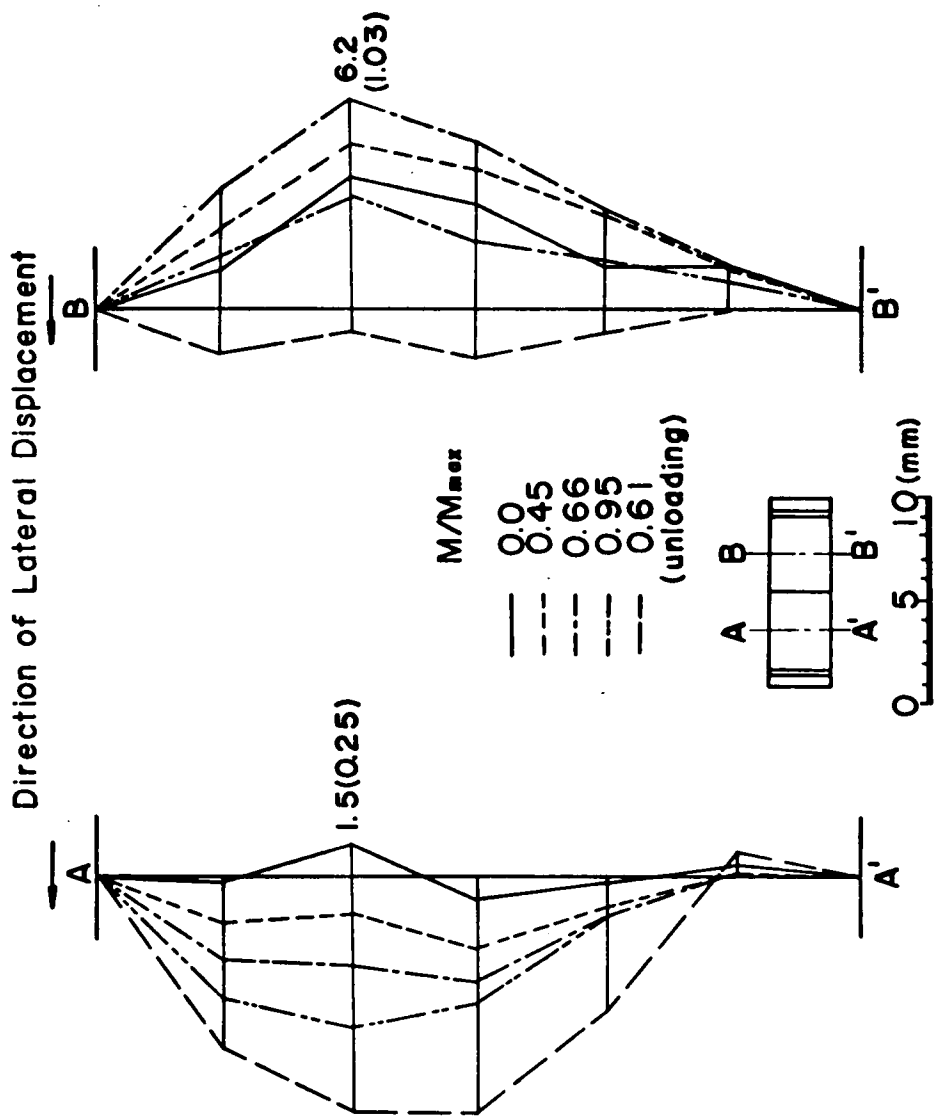


Fig.13(b) Web deflection of girders

# Girder G

Direction of Lateral Displacement

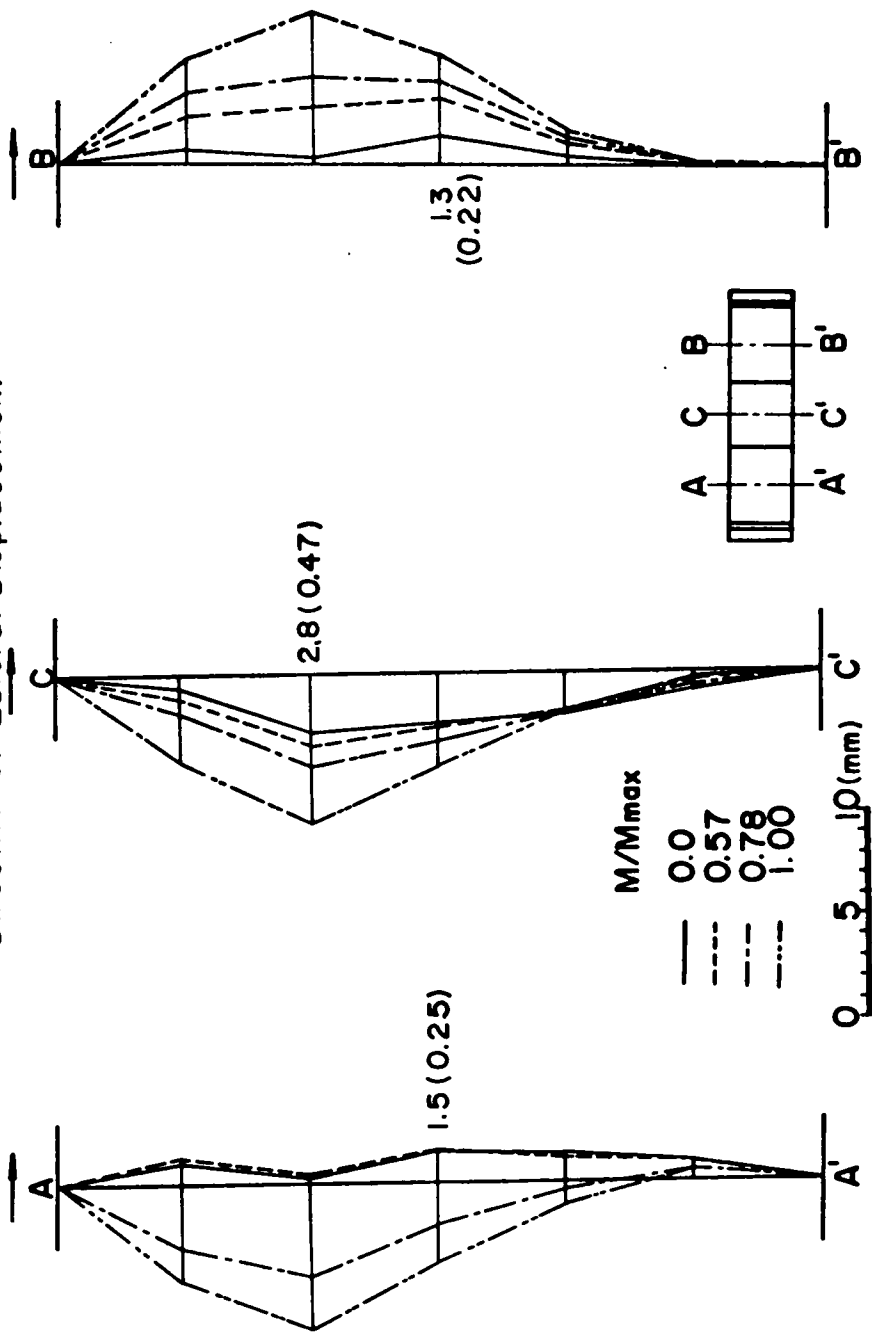


Fig.13(c) Web deflection of girders

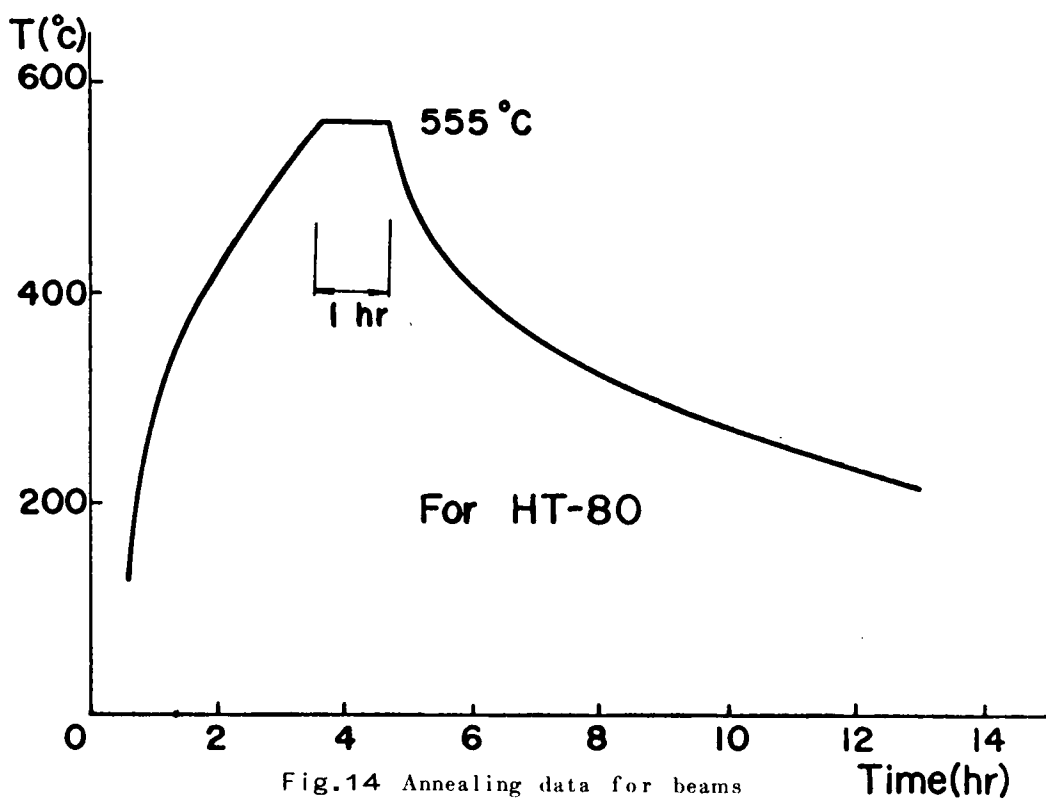
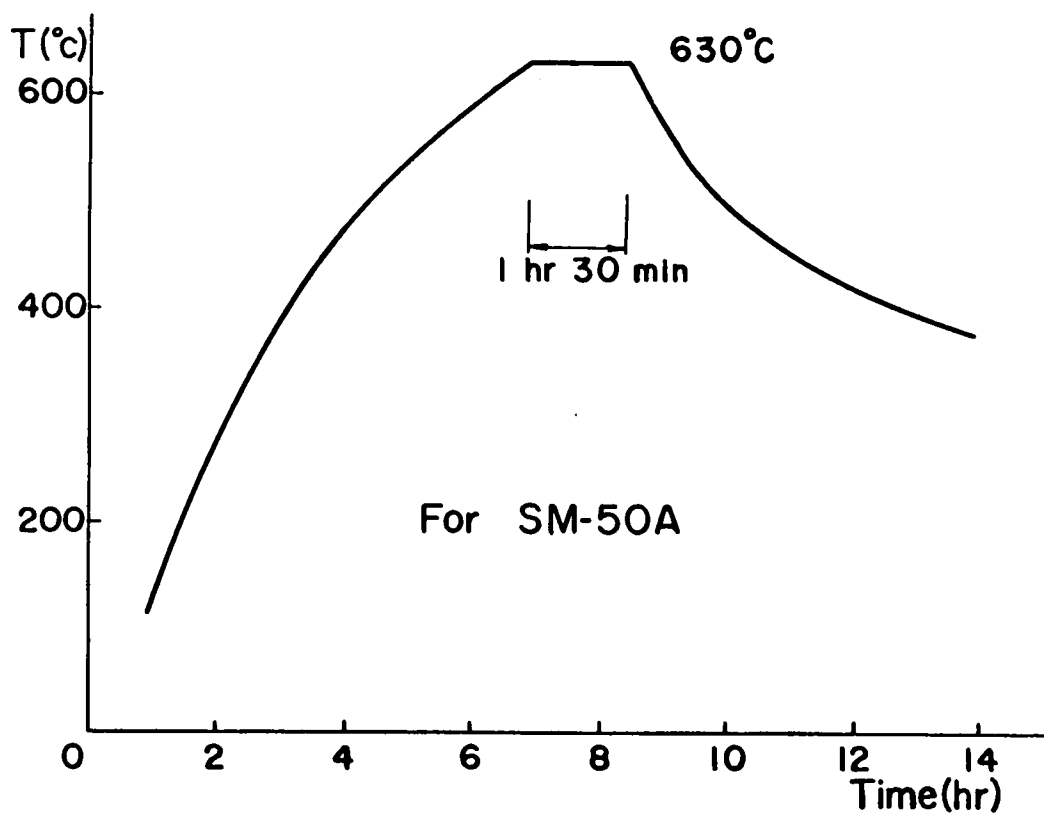


Fig.14 Annealing data for beams

Table 3(a) Coupon test results

## SM50 A ( Beams )

Test No	$\sigma_y$ (%)	$\sigma_u$ (%)	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (%)	$G \times 10^6$ (%)	thickness (mm)
T - 1	3,449	4,985	0.241	1.445	2.007	0.809	6
T - 2	3,403	4,957	0.261	1.457	1.984	0.787	6
T - 3	3,431	5,116	0.218	1.491	2.048	0.841	8
T - 4	3,427	5,186	0.242	1.513	2.034	0.819	8
Average	3,428	5,061	0.241	1.477	2.018	0.813	

## HT80 ( Beams )

T - 1	7,892	8,247	0.274	1.045	2.229	0.875	7
T - 2	7,762	8,254	0.250	1.063	1.989	0.796	7
T - 3	7,937	8,342	0.259	1.051	2.265	0.900	7
T - 4	7,787	8,226	0.226	1.056	1.882	0.768	7
T - 5	7,953	8,446	0.268	1.062	2.439	0.962	10
T - 6	7,788	8,069	0.253	1.036	2.134	0.852	10
T - 7	7,871	8,440	0.287	1.072	2.174	0.845	10
T - 8	7,741	8,165	0.263	1.055	2.188	0.866	10
Average	7,841	8,274	0.260	1.055	2.163	0.858	

$\sigma_y$  = static yield stress,  $\sigma_u$  = ultimate stress,  $\nu$  = Poisson's ratio,

$E$  = Young's modulus,  $G$  = shear modulus

Table 3(b) Coupon test results

## SM50 A ( Girder )

Test No	$\sigma_y$ (%)	$\sigma_u$ (%)	$\nu$	$\sigma_u/\sigma_y$	$E \times 10^6$ (%)	$G \times 10^6$ (%)	thickness (mm)
T - 1	4,674	5,976	0.280	1.279	2.000	0.781	6
T - 2	4,714	6,042	0.297	1.282	2.047	0.789	6
T - 3	3,629	5,794	0.300	1.597	2.120	0.815	8
T - 4	3,990	5,622	0.300	1.409	2.100	0.808	8
T - 5	3,253	5,281	0.280	1.623	2.067	0.807	10
T - 6	3,219	5,474	0.300	1.700	2.040	0.785	10
Average	$\sigma_y = 3,810\%$ for $t = 8$ mm $\sigma_y = 3,236\%$ for $t = 10$ mm						

## HT (Girders )

T - 1	6,610	7,190	0.253	1.088	2.067	0.825	6
T - 2	6,610	7,220	0.283	1.092	2.150	0.838	6
T - 3	7,780	8,500	0.262	1.093	2.057	0.815	10
T - 4	7,920	8,500	0.283	1.073	2.167	0.845	10
Average	$\sigma_y = 7,850\%$ for $t = 10$ mm						



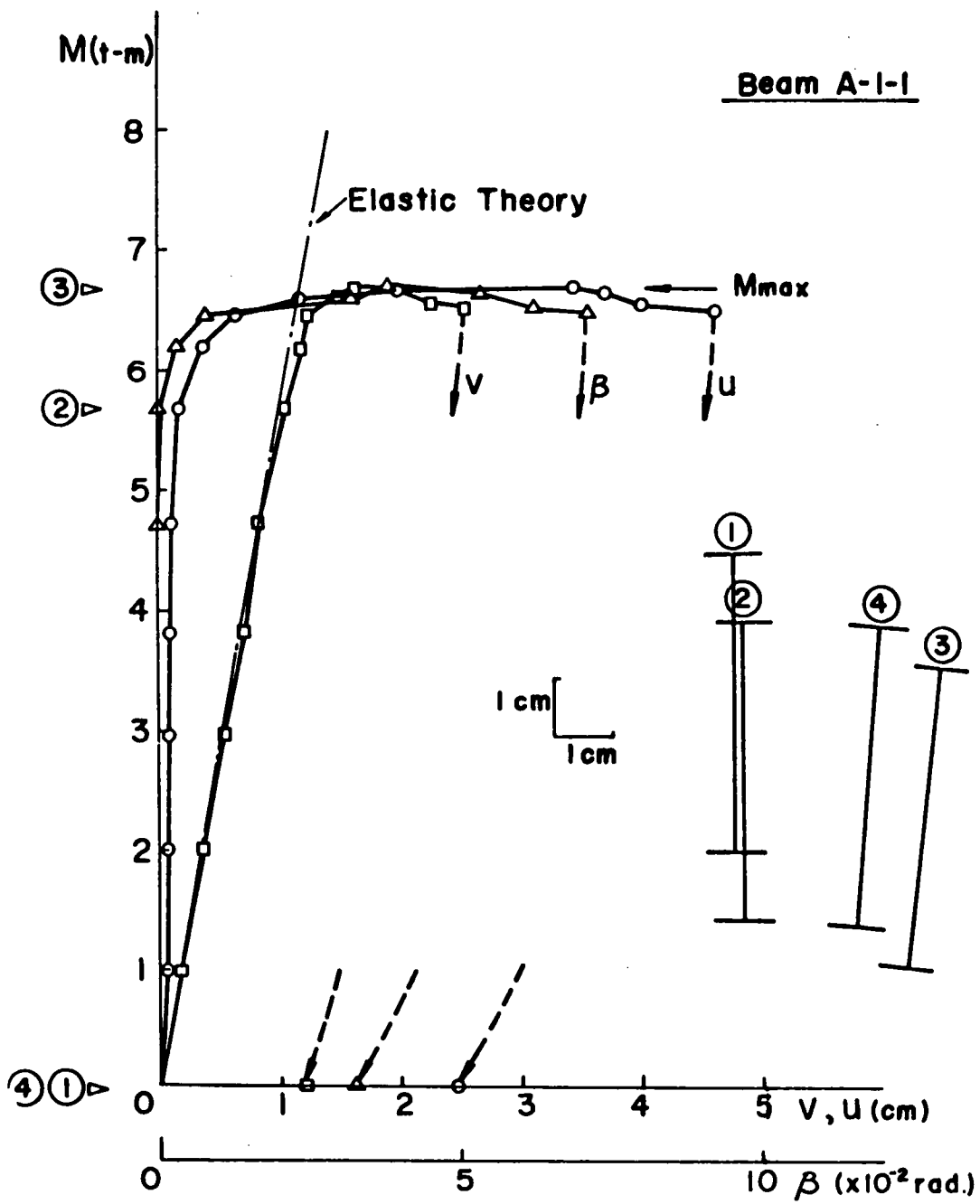


Fig.15(a) Load-deflection curves of beams

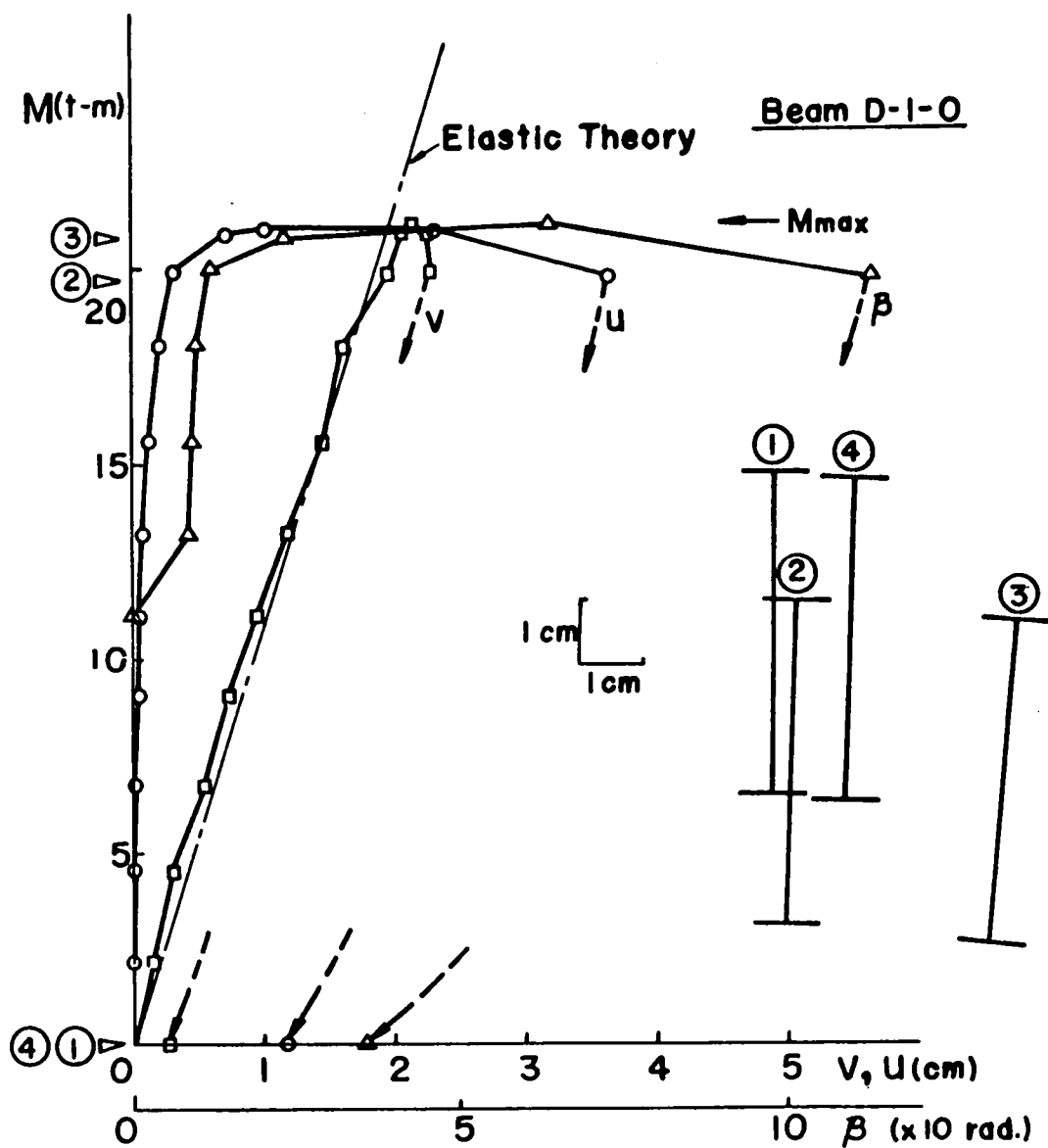


Fig.15b) Load-deflection curves of beams

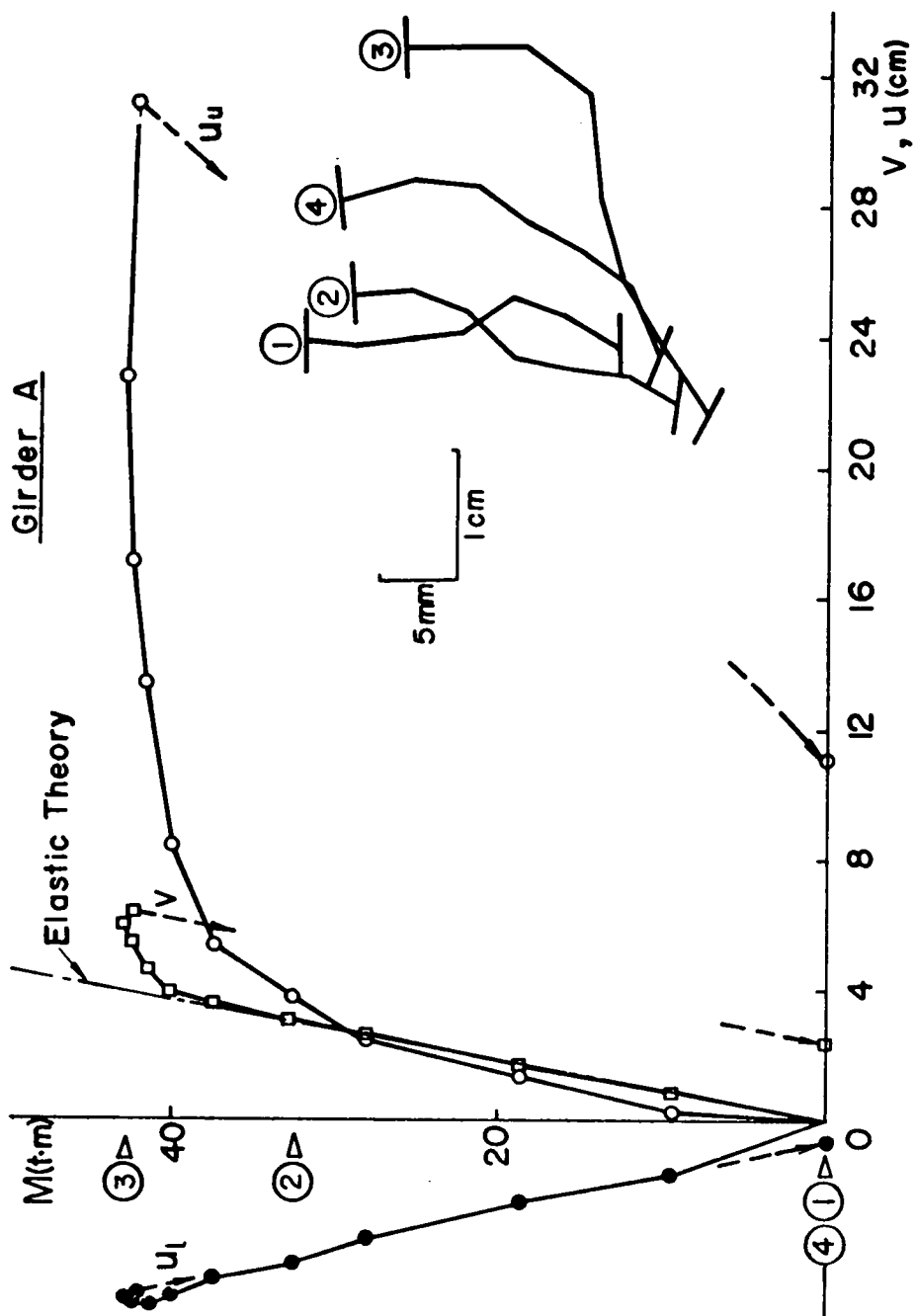


Fig. 16(a) Load-deflection curves of girders

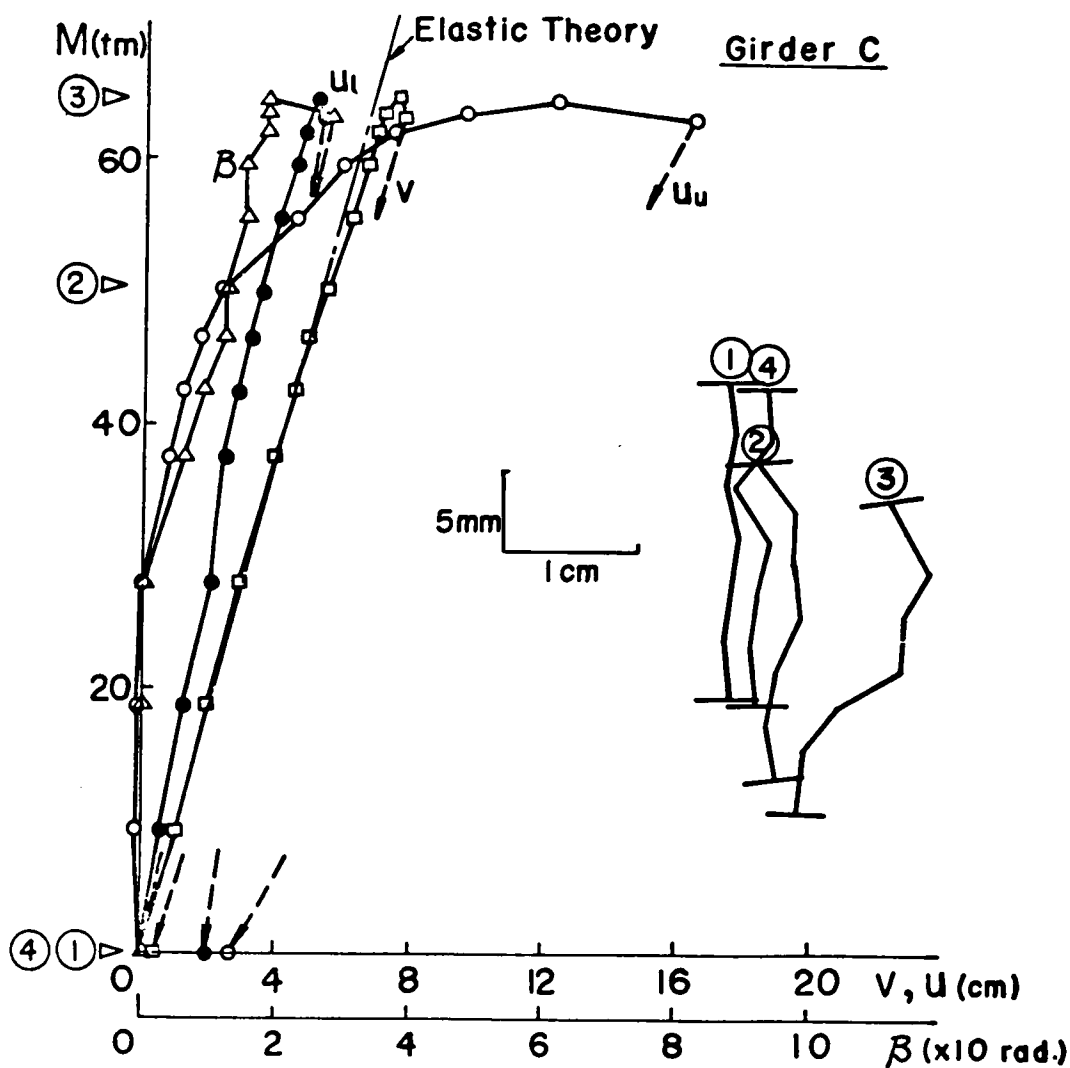


Fig.16(b) Load-deflection curves of girders

### (3) 腹板のたわみ曲線

図-13(a), (b), (c)は上下フランジと腹板との溶接線を含む面内からの腹板のたわみ変形と荷重との関係を、桁タイプの各パネル中央断面に関して示したものである。各曲線に対する荷重段階は供試体の最大強度に対する比で表わしてある。すなわち、 $M/M_{max}=0$ は桁の腹板の初期変形、 $M/M_{max}=1.0$ は最高荷重時の腹板のたわみ形状を表わしている。荷重の初期段階では、腹板は初期たわみの影響を示すようなたわみ形を示しているが、荷重が大きくなるにしたがって、桁の横倒れ変形が明瞭になるにしたがって、腹板は板としての曲げによる座屈変形のような形となる。すなわち、腹板がパネルごと腹板面外への曲げによる座屈変形を示しながら、桁が全体として横倒れ変形を起こし、最

高荷重に達している。図中の圧縮フランジに示す矢印の方向は桁の横倒れ変形の方向を示す。

#### (4) 腹板のひずみ分布

腹板両面に貼布した直角 2 方向成分のひずみゲージのよみ  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  から,

$$\sigma_{x1} = E(\varepsilon_{x1} + \nu\varepsilon_{y1}) / (1 - \nu^2),$$

$$\sigma_{x2} = E(\varepsilon_{x2} + \nu\varepsilon_{y2}) / (1 - \nu^2),$$

$$\sigma_x = (\sigma_{x1} + \sigma_{x2}) / 2$$

により、腹板の面外変形をとともう腹板両面のスパン方向の垂直応力分布ならびに両面の応力の平均値  $\sigma_x$  をとって板厚中心に沿った垂直応力分布を求めた。

桁 G-A, G-F の腹板のパネル中央断面における腹板の曲げによるひずみ分布状態を代表的な荷重段階について図-17(a), (b) に示す。この図は腹板のひずみ測定点の両面で測定したスパン方向のひずみ  $\varepsilon_{x1}$ ,  $\varepsilon_{x2}$  を平均した値を用いてある。

図中に示す細い直線は断面が平面保持の法則が保つと仮定したときの、各荷重段階でのひずみ分布である。この図から荷重の増加とともに腹板の面外変形の影響により、断面での曲げによるひずみ分布とはならず、圧縮側では初等曲げ理論が成立しなくなる様子がみられる。

図-18 は各桁のパネル中央断面の腹板高さの圧縮側 1/5 点の  $\sigma_x$  と桁に作用する曲げモーメント  $M$  との関係を表わしている。図中、細線は初等曲げ理論によって求めた値である。また、 $M_{cr}(S)$  は上下フランジと左右鉛直補剛材で単純支持された腹板パネルの曲げによる理論弾性座屈値である。 $M_{cr}(F)$  は同じ腹板パネルが載荷辺で単純支持、非載荷辺で固定支持とみなしたときの弾性座屈値である。また、 $M_{cr}(E)$  は腹板パネルの圧縮非載荷辺がフランジにより、たわみおよびたわみ角が弾性拘束されているときのパネルの弾性座屈値である。

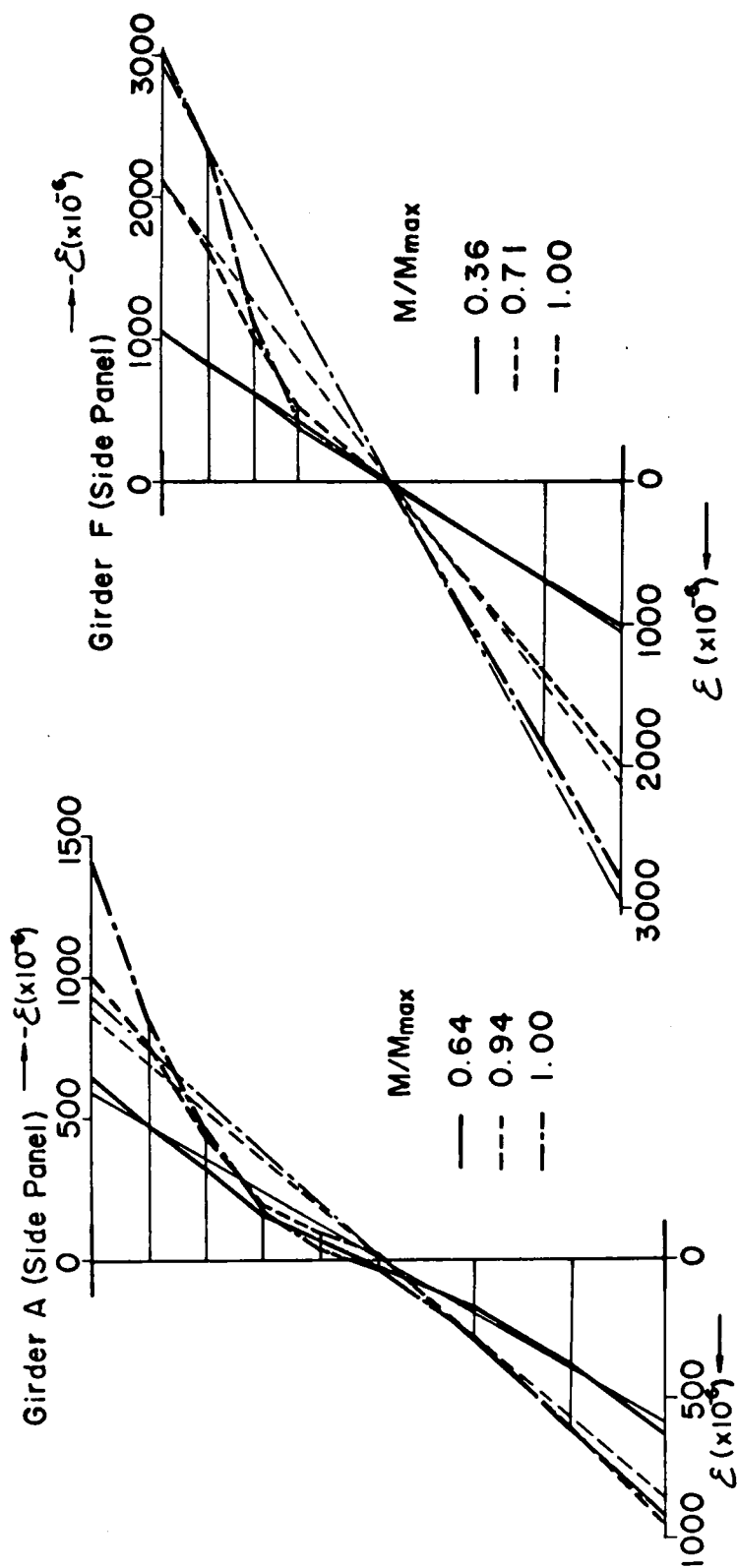
各桁の腹板パネルに関する各種強度は表-4 にまとめている。

なお、 $M$  の最大値は桁の横倒れ座屈による耐荷力である。腹板の座屈荷重を実験的に求めるのは困難であるが、図から  $M-\sigma_x$  曲線の勾配が変化するところ、すなわち、2 本の直線の勾配の交点を実験による座屈強度  $M_{cr}(E_{xp})$  とみなすと、 $M_{cr}(E_{xp})$  は図のような値となる。これらの値は表-4 にまとめている。また、G-C, G-G の点線は隣りのパネルに対するものである。

#### (5) 供試体の寸法パラメーター、および横倒れ耐荷力の実験値

供試体の寸法は表-1 にまとめているが、実験値を各種座屈強度と比較するため供試体の横倒れに関する断面性能を示す各種パラメーターを表-5 にまとめている。表中、スパンの有効長さ  $L_e$  は供試体長さの半分をとっている。

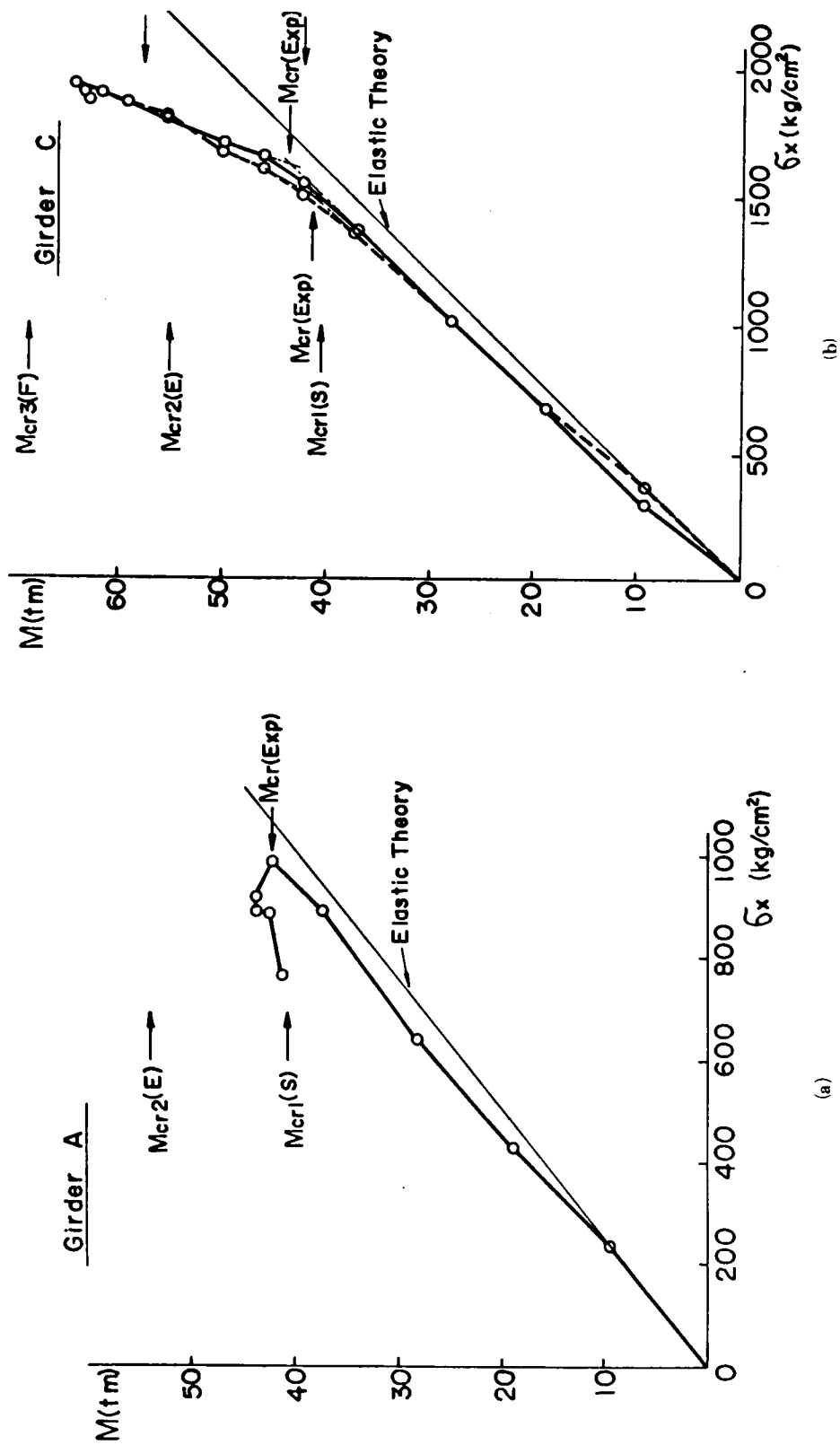
表-6 は供試体の横倒れ変形を伴う耐荷力（最高強度）の実験値をまとめている。また、各種参考荷重の計算値なども併記している。写真-2, 4, 5 ははりおよび桁タイプの横倒れ変形状態を示したものである。



(a)

(b)

Fig.17 Bending strains in girders



(a)

Fig.18 Bending moment and stress curve at upper one-fifth point in web panels

(b)

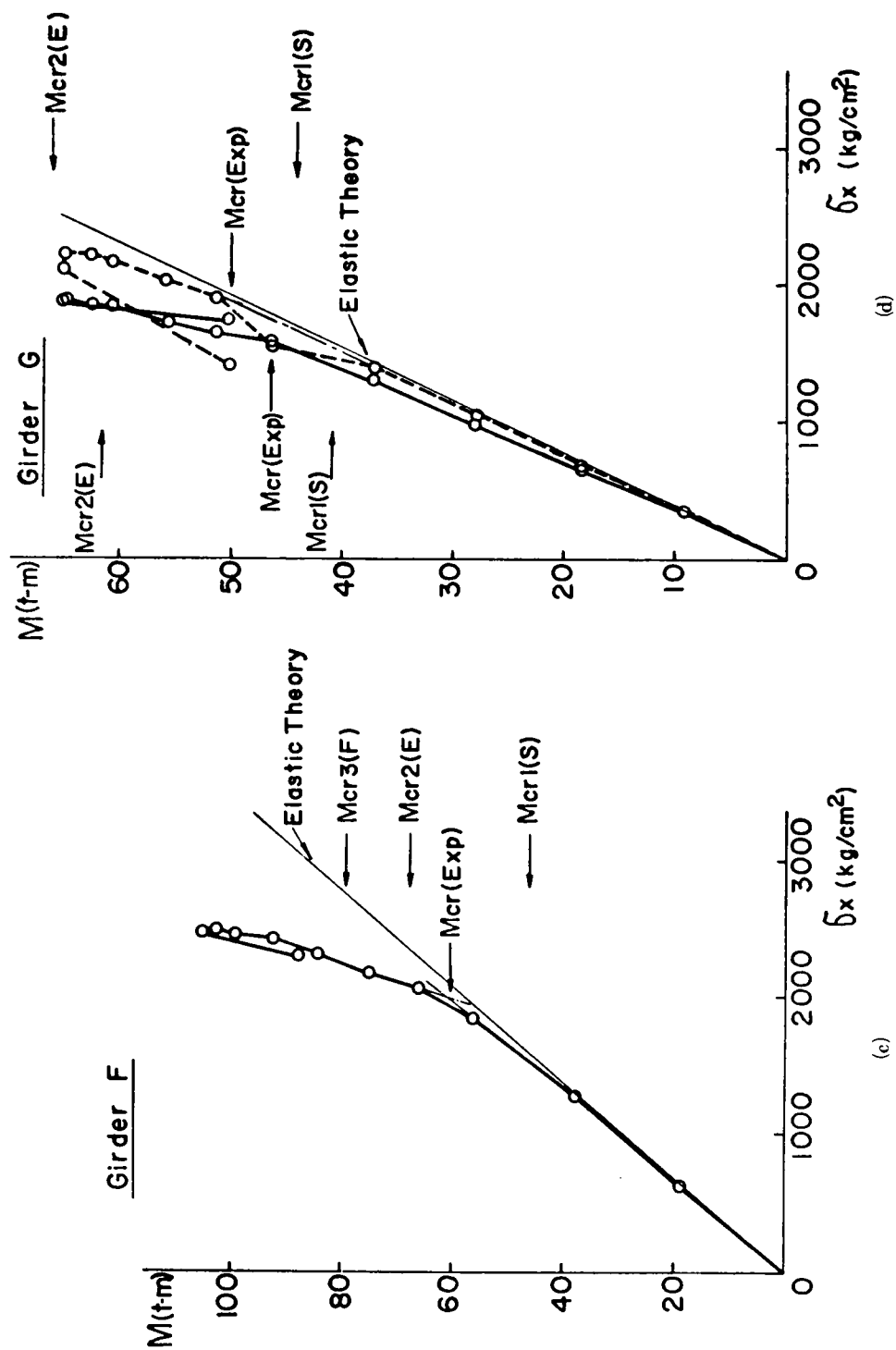


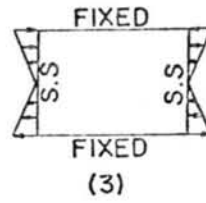
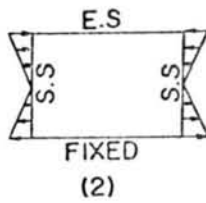
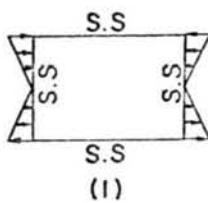
Fig.18 Bending moment and stress curve at upper one-fifth point web panels



Table 4 Buckling strength of web-plate panels by theory and test results

Type	Panel	Web Buckling (Experiment) $M_{cr}(W)$ t - m	Theoretical $M_{cr}$ t - m			Lateral Buckling (Experiment) $M_{cr}(L)$ t - m	$M_{cr}(L)$ / $M_{cr}(W)$
			Boundary Conditions				
			(1)	(2)	(3)		
G - A	Side Center	42. 0	40. 5 42. 3	53. 8 56. 5	67. 0 65. 2	43. 6	1. 04
G - B	Side Center	28. 0   30. 0	32. 7 34. 8	40. 0 41. 7	55. 6 53. 6	41. 0	1. 36   1. 45
G - C	Side Center	46. 0   50. 0 42. 0   45. 0	40. 6 42. 4	55. 2 57. 8	68. 7 67. 1	64. 4	1. 45   1. 53
G - D	Side	48. 0   52. 0	42. 0	57. 5	70. 6	83. 4	1. 60   1. 74
G - E	Side Center		47. 5 49. 8	68. 0 69. 8	79. 9 78. 2	94. 8	
G - F	Side	58. 0   62. 0	46. 0	67. 4	78. 8	105. 1	1. 70   1. 83
G - G	Side Center	45. 0   48. 0 46. 0   50. 0	42. 0 44. 3	63. 2 66. 3	80. 0 78. 2	65. 5	1. 21   1. 45

\* Boundary Conditions



FIXED: Fixed Supported  
E.S: Elastic Support in Lateral and Torsion  
S.S: Simply Supported

### 3.5 理論と実験値との比較

#### (1) 理論座屈強度

等曲げをうける2軸対称I形部材の弾性横倒れ座屈は、部材両端が横倒れに対して単純支持されていると、次式のようになる。

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_e} \sqrt{EI_y GJ \left( 1 + \frac{EI_y}{GJ} \frac{\pi^2 d^2}{4L_e^2} \right)} \quad (1)$$

式(1)を変形し、応力度表示にすると<sup>(2)</sup>

$$\sigma_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y GJ}{W_x^2 L_e^2} + \frac{\pi^4 E^2 I_y^2 d^2}{4 W_x^2 L_e^4}} \quad (2)$$

ここに、 $L_e$ は横倒れに対して単純支持されているときの支間長であり、 $J$ はねじれ定数、 $W_x$ は $x$ 軸まわりの断面係数、 $G$ はせん断弾性係数である。



Photo 4 Lateral buckling of Beam C-1-1

式(2)からも明らかなように、横倒れ座屈では座屈応力度は、柱の中心軸圧縮のように細長比によって一義的に関係づけられるものではなく、断面構成寸法、部材長にかなり影響されるものである。このため、一つのパラメーターですべての横倒れ座屈強度を代表させることは困難があろう。

なお、弾性横倒れ座屈に与える腹板の変形の影響についての文献<sup>7)</sup>、<sup>8)</sup>による計算は、用いた桁タイプの場合も、ほとんどその強度の低下はみとめられなかった。

非弾性域における横倒れ座屈については、残留応力分布を考慮に入れた座屈強度が求められている<sup>(4)(5)(9)(10)</sup>。

図-19は図中に示すような残留応力分布を用いて求めた、はりのAタイプについて求めた座屈曲線である。圧縮残留応力は $\sigma_{re} = 0.30\sigma_y$ としてある。Pattern 1では $\sigma_{rt} = 0.11\sigma_y$ であり、Pattern 2では $\sigma_{rt} = \sigma_{re}$ である<sup>(9)(10)</sup>。また、Aタイプの実験値もプロットしてある。ほかの初期応力分布の場合も同様の計算方法にて求めることができる。



Photo5 Lateral buckling of Girder G-E

## (2) 各種座屈曲線と実験値

式(2)から、 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1/\alpha^2$  となるように変形し、これによって座屈強度曲線を表わす。すなわち、縦軸に $\sigma_{cr}/\sigma_y$  をとり、横軸に $\alpha$ をとる。 $\alpha$ の量を種々に単純化した場合の座屈強度曲線と実験によってえられた最大強度を降伏点応力によって無次元化した応力度との比較をつぎにしよう。

(a)  $\alpha$ として $L_e/b$ または $L_e/r_{fc}$ によって代表させると、

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \left( \frac{L_e}{r_{fc}} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad \text{または、}$$

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left( \frac{L_e}{b} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。これを横軸にとり、実験値をまとめて示すと、図-20のようになる。ここに、 $r_{fc}$ は圧縮側フランジのフランジ面内のたわみに関する回転半径であり、フランジ幅 $b$ とは、

$$r_{fc} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$$

の関係にある。

(b)  $\alpha$ として $L_e d/bt$ によって代表させると、

$$\alpha = \frac{3\sqrt{2}(1+\nu)}{\pi} \cdot \frac{L_e d}{bt} \cdot \frac{\sigma_y}{E} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。これを横軸にとると、式(2)の根号の第1項のみを用いると、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\alpha^2}$$

Table 5 Summary of cross-sectional constants

Specimens	$I_x$ ( $\times 10^3 \text{cm}^4$ )	$I_y$ ( $\text{cm}^4$ )	$W_x$ ( $\text{cm}^3$ )	$A=A_f+A_w$ ( $\text{cm}^2$ )	$L_e/r_y$	$L_e/b$	$L_e d/bt$	$(r_x/r_y) \times L_e/d$	$\sqrt{3+(A_w/A_f)} \times L_e/b$
A-1-0 A-1-1 A-1-2	2.98	134	239	30.0	71	15	469	28.4	29.5
A-2-0 A-2-1 A-2-2	2.98	134	239	30.0	95	20	625	37.8	39.4
A-3-0 A-3-1 A-3-2	2.98	134	239	30.0	107	22.5	703	42.5	44.3
B-1-0 B-1-1	3.45	231	276	33.2	57	12.5	391	23.2	24.2
B-2-0 B-2-1	3.45	231	276	33.2	76	16.7	522	30.9	32.3
B-3-0 B-3-1	3.45	231	276	33.2	86	18.8	588	34.7	36.3
C-1-0 C-1-1	4.56	134	304	33.0	75	15	563	29.2	30.2
C-2-0 C-2-1	4.56	134	304	33.0	100	20	750	38.9	40.3
C-3-0 C-3-1	4.56	134	304	33.0	112	22.5	844	43.8	45.4
D-1-0 D-1-1 D-1-2	3.59	167	287	36.1	58	12.5	313	23.2	24.4
D-2-0 D-2-1 D-2-2	3.59	167	287	36.1	70	15	375	27.8	29.3
D-3-0 D-3-1 D-3-2	3.59	167	287	36.1	83	17.5	438	32.6	34.1
E-1-0 E-2-0 E-3-0	4.17 4.17 4.17	289 289 289	333 333 333	40.1 40.1 40.1	47 56 65	10.4 12.5 14.6	260 313 365	19.0 22.8 26.6	19.9 24.0 28.0
F-1-0 F-2-0 F-3-0	5.49 5.49 5.49	168 168 168	366 366 366	39.6 39.6 39.6	61 73 85	12.5 15 17.5	375 450 525	23.8 28.6 33.3	24.9 29.9 34.9
G-A G-B G-C G-D G-E G-F G-G	110.77 94.87 58.05 58.05 64.3 64.3 58.05	368 232 223 223 368 368 223	2,215 1,898 1,451 1,451 1,607 1,607 1,451	84.8 78.2 68.8 68.8 72.8 72.8 68.8	99 134 92 78 73 62 92	15.8 17.1 15 12.7 12.7 10.8 15	1,580 2,138 1,200 1,016 1,016 864 1,200	35.6 41.5 33.3 28.2 27.2 23.1 33.3	36.2 42.1 34.0 28.8 27.8 23.7 34.0

**Table 6** Summary of reference and experimental loads

Sspecimens	$M_y$ (t - m)	$M_p$ (t - m)	$M_{max}$ (t - m)	$\sigma_{max}$ (%)	$M_{max} / M_y$
A - 1 - 0	8. 18	9. 45	7. 69	3, 218	0. 94
A - 1 - 1			7. 00	2, 929	0. 86
A - 1 - 2			9. 70	4, 059	1. 19
A - 2 - 0	8. 18	9. 45	7. 94	3, 322	0. 37
A - 2 - 1			6. 61	2, 766	0. 81
A - 2 - 2			8. 42	3, 523	1. 03
A - 3 - 0	8. 18	9. 45	6. 33	2, 649	0. 77
A - 3 - 1			5. 75	2, 406	0. 70
A - 3 - 2			8. 54	3, 573	1. 04
B - 1 - 0	9. 47	10. 78	9. 40	3, 406	0. 99
B - 1 - 1			8. 00	2, 899	0. 84
B - 2 - 0	9. 47	10. 78	8. 60	3, 116	0. 91
B - 2 - 1			8. 76	3, 174	0. 93
B - 3 - 0	9. 47	10. 78	9. 28	3, 362	0. 98
B - 3 - 1			7. 10	2, 572	0. 75
C - 1 - 0	10. 41	12. 16	7. 58	2, 493	0. 73
C - 1 - 1			9. 20	3, 026	0. 88
C - 2 - 0	10. 41	12. 16	8. 04	2, 645	0. 77
C - 2 - 1			6. 88	2, 263	0. 66
C - 3 - 0	10. 41	12. 16	7. 48	2, 461	0. 72
C - 3 - 1			6. 89	2, 266	0. 66
D - 1 - 0	22. 53	26. 08	21. 16	7, 373	0. 94
D - 1 - 1			20. 89	7, 279	0. 93
D - 1 - 2			27. 90	9, 721	1. 24
D - 2 - 0	22. 53	26. 08	20. 68	7, 206	0. 92
D - 2 - 1			18. 54	6, 460	0. 82
D - 2 - 2			23. 10	8, 049	1. 03
D - 3 - 0	22. 53	26. 08	19. 21	6, 693	0. 85
D - 3 - 1			16. 24	5, 659	0. 72
D - 3 - 2			21. 84	7, 610	0. 97
E - 1 - 0	26. 14	29. 84	26. 46	7, 946	1. 01
E - 2 - 0	26. 14	29. 84	24. 42	7, 333	0. 93
E - 3 - 0	26. 14	29. 84	22. 79	6, 844	0. 87
F - 1 - 0	28. 68	33. 50	26. 32	7, 191	0. 92
F - 2 - 0	28. 68	33. 50	22. 42	6, 126	0. 78
F - 3 - 0	28. 68	33. 50	20. 78	5, 678	0. 73
G - A	71. 68	106. 32	43. 6	1, 968	0. 61
G - B	72. 31	93. 74	41. 0	2, 160	0. 57
G - C	113. 90	128. 81	64. 4	4, 438	0. 57
G - D	113. 90	128. 81	83. 4	5, 748	0. 73
G - E	126. 15	140. 23	94. 8	5, 899	0. 75
G - F	126. 15	140. 23	105. 1	6, 540	0. 83
G - G	113. 90	128. 81	65. 5	4, 514	0. 58

$M_y$  = Calculated Yield Moment

$M_p$  = Calculated Plastic Moment

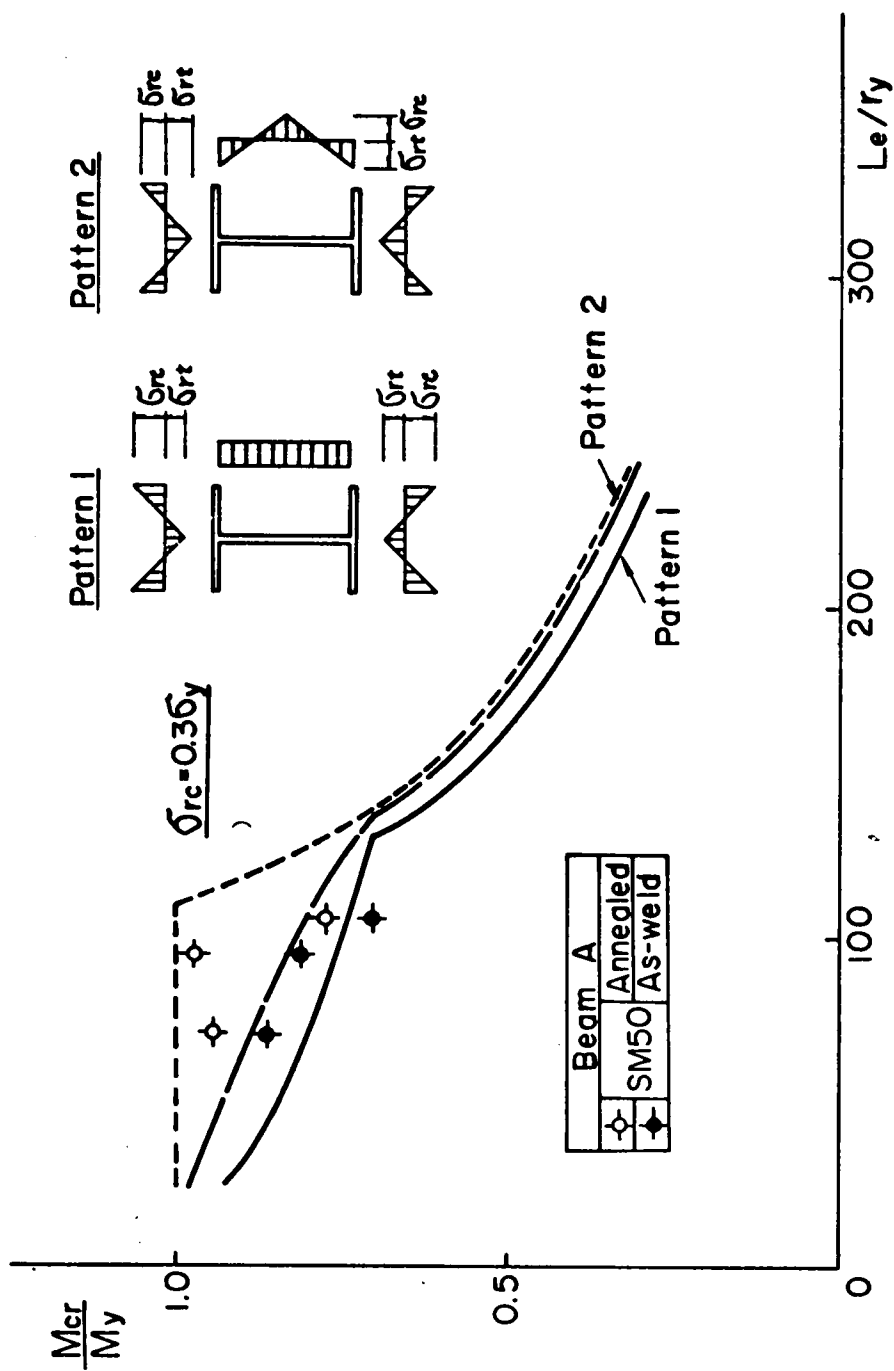


Fig.19 Comparison of test and theory for beams

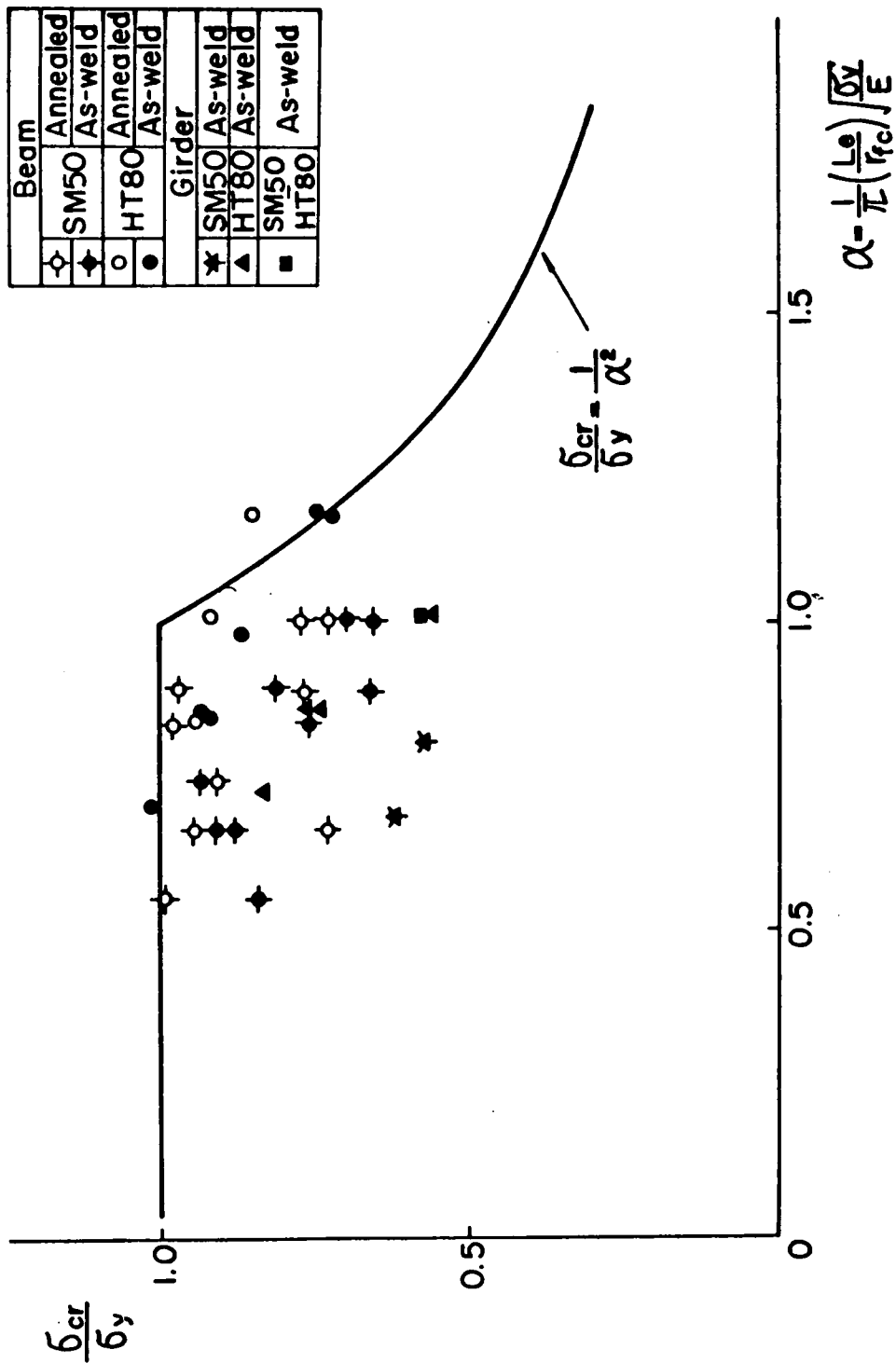


Fig.20 Scatter of test points for beams and girders

となる。この座標軸により実験値をまとめて示すと、図-21 のようになる。

(e)  $\alpha$  として  $(r_x/r_y)(L_e/d)$  によって代表させると、すなわち式(2)の根号の第2項のみを用いると、

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \left( \frac{r_x}{r_y} \right) \left( \frac{L_e}{d} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (5)$$

となる。2 軸対称 I 形断面では、

$$\left( \frac{r_x}{r_y} \right) \left( \frac{L_e}{d} \right) \cong \sqrt{3 + \frac{A_w}{A_f}} \left( \frac{L_e}{b} \right) \dots\dots\dots (6)$$

であるから、式(5)は

$$\alpha \cong \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{A_f}} \left( \frac{L_e}{b} \right) \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに、 $A_f$  はフランジ全断面積  $= 2bt$ 、 $A_w$  は腹板の断面積である。式(5)を横軸にとって、実験値をまとめて示すと図-22 のようになる。図中、はり A、桁 A と記した点線の曲線は、該当する供試体断面を用いて、残留応力を無視した場合の弾性域ならびに弾塑性域における横倒れ座屈曲線を表わしている。なお、縦軸の 1.0 をこえる部分は  $(M_{cr}/M_y)$  の値を示してある。ほかの供試体による座屈曲線は 2 本の点線にはさまれた間に位置する。

図-20、21、22の無次元化した横倒れ座屈強度曲線から、非弾性域において、すべての供試体の実験値のばらつきが比較的少なく、まとまっているのは図-22のときの $\alpha$ が式(5)か式(7)によって表わされるときである。

図-22のプロットされた実験値ならびに図-19の理論曲線などをもとに、非弾性域での横倒れ座屈強度曲線をつぎの式によって表わすことを提案する。すなわち、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - 0.412 (\alpha - 0.2),$$

ただし、

$$0.2 \leq \alpha \leq \sqrt{2} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)は図-22の直線によって表わされる。

### (3) 桁の全体座屈

プレートガーダーの曲げによる連成座屈、すなわち、腹板の座屈とフランジの水平およびねじれ座屈とが連成して生ずる問題については、文献(4)、(6)、(20)などに扱われている。ここでは文献(6)によって求めた全体座屈と実験値とを桁タイプについて比較する。計算に用いた桁の境界条件は桁の有効長さ  $L_e$  にて、横倒れに対して単純支持、引張側の腹板の支持条件は固定となっている。ここでは、計算には鉛直補剛材を無視した。

図-23は全体座屈 (web buckling) と横倒れ座屈曲線と桁の実験による最大強度値とを示したものである。G-C、G-DおよびG-E、G-Fは図のような表示によれば、理論曲線はほとんど一致する。横倒れ座屈曲線は図-19に示す Pattern 1の残留応力分布を用いて求めた。

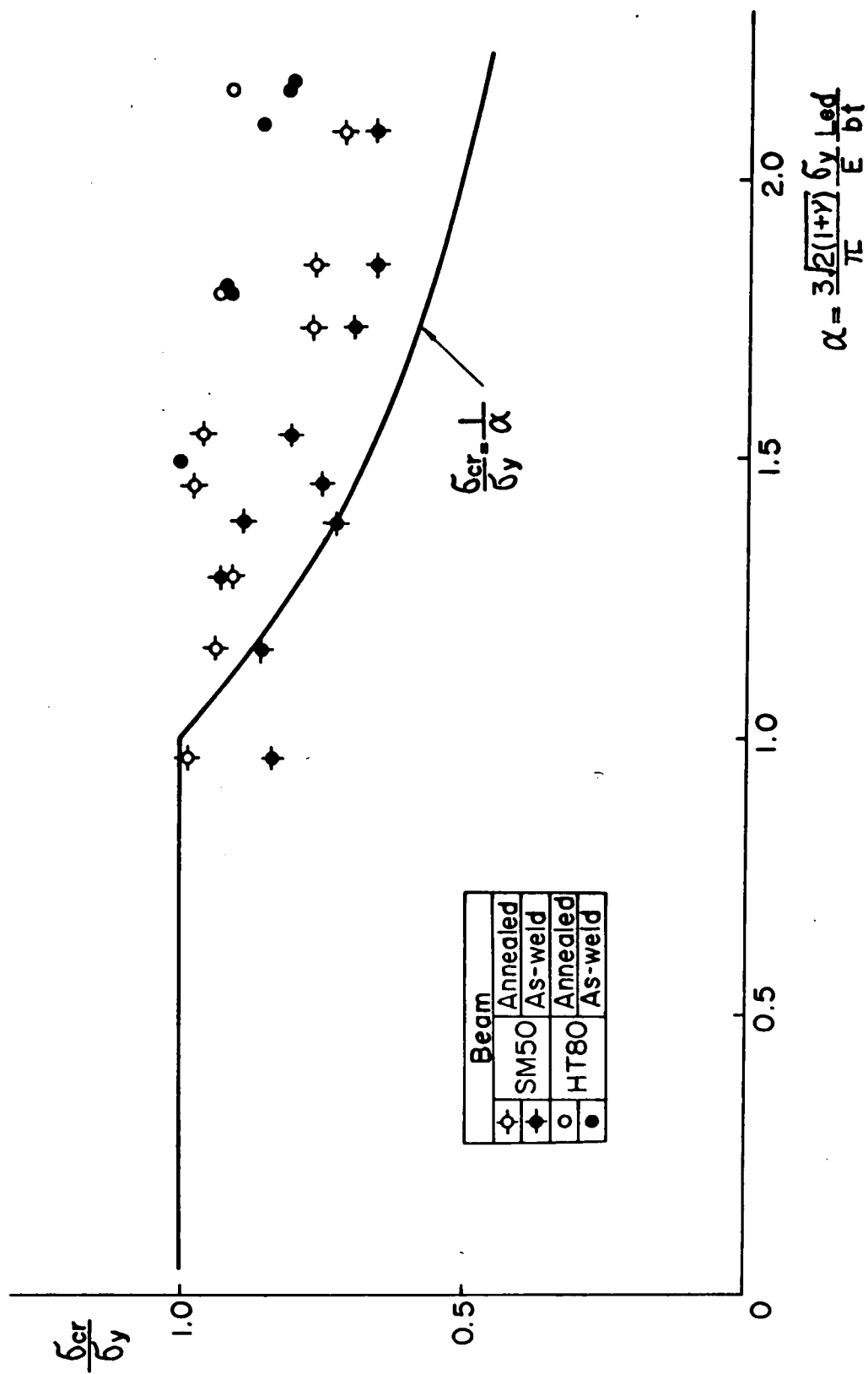


Fig.21 Scatter of test points for beams and girders



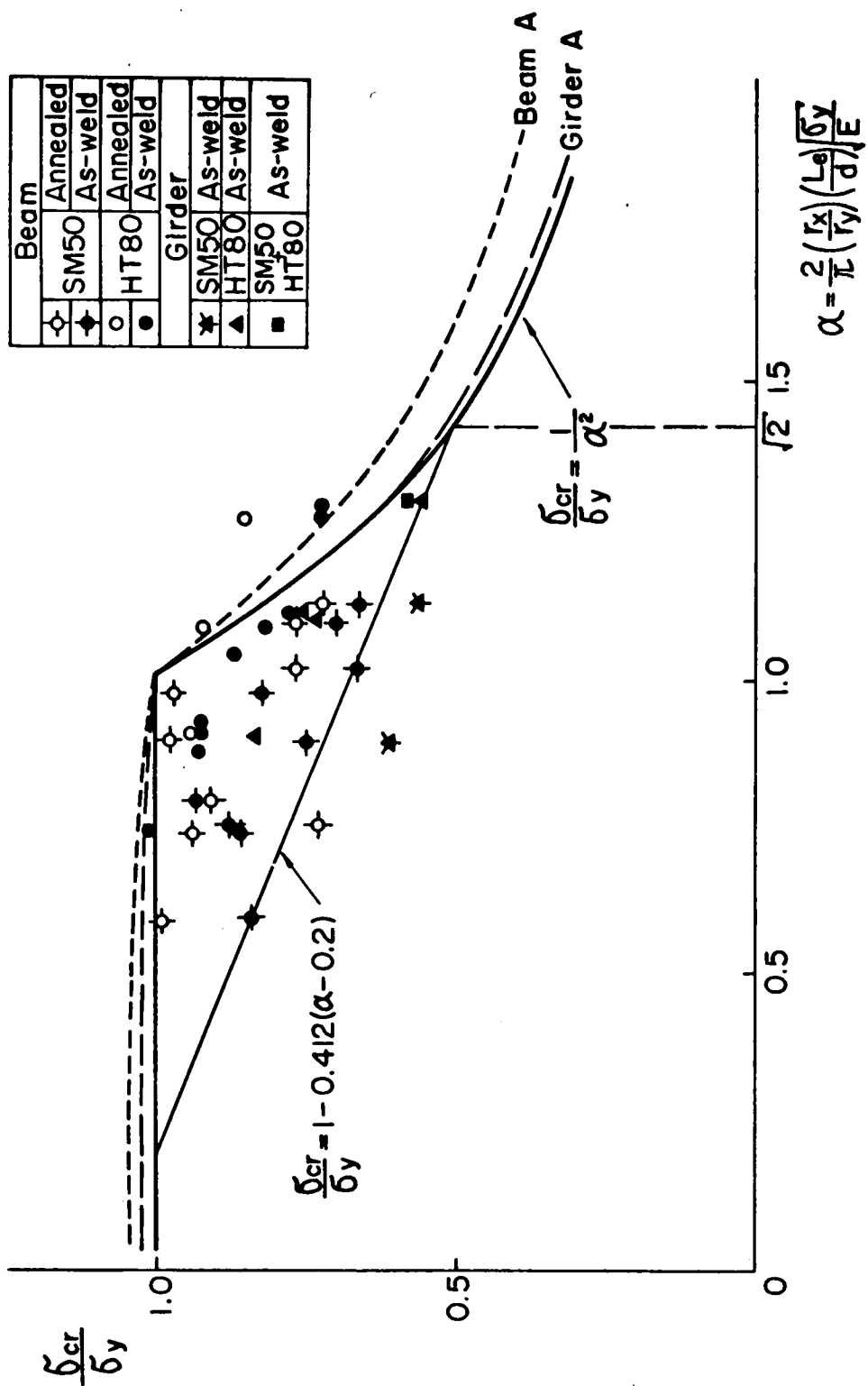


Fig.2.2 Scatter of test points for beams and girders

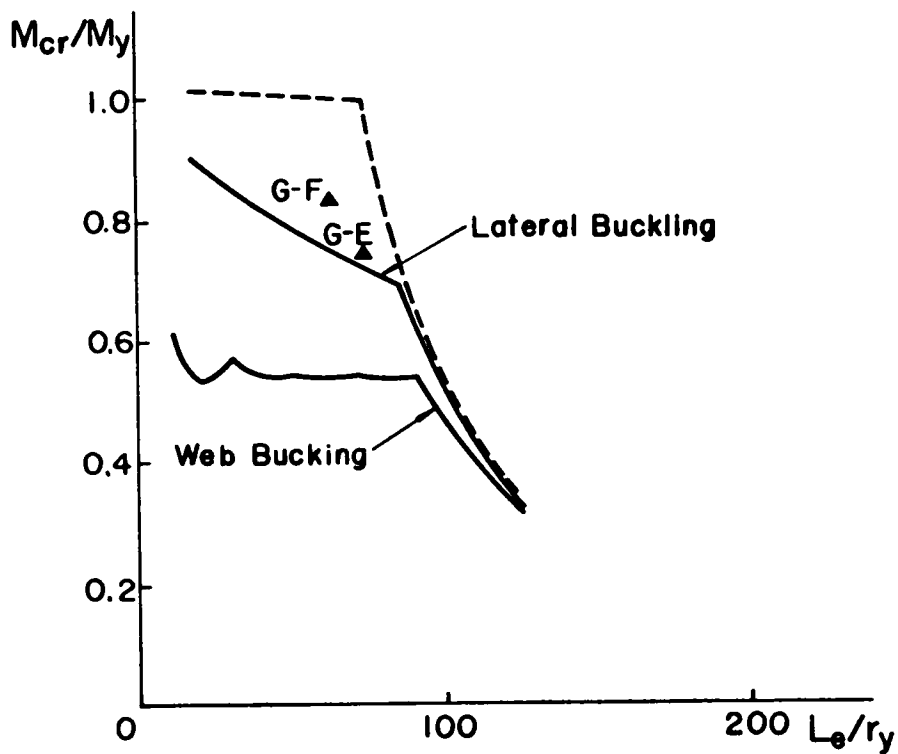
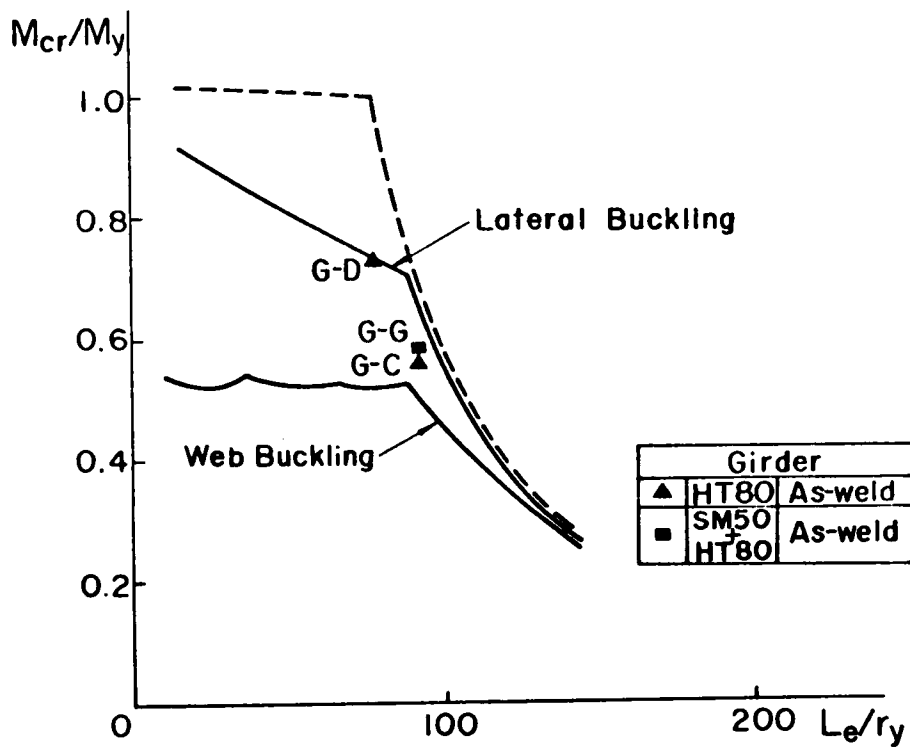


Fig.23 Buckling strength curves compared with test results

図-23から、横軸がある値以上になると、全体座屈と横倒れ座屈曲線とは近づくが、腹板座屈が先行するような範囲の全体座屈と横倒れ座屈曲線とはへだたりがあり、また、実験値は、腹板の座屈値との関連性は少なく、桁の横倒れ座屈によって決まっているようである。

#### (4) SM50 部材とHT80 部材の横倒れ耐荷力

図-20、図-22は縦軸、横軸ともに無次元表示により、SM50 部材とHT80 部材の実験値をプロットした。図-24、図-25は無次元表示をやめ、縦軸に $\sigma_{\max}$ （表-6）をとり、横軸にそれぞれ $L_e/b$ 、 $(r_x/r_y)(L_e/d)$ をとって、実験値をプロットした。図-24の表示にくらべて図-25の横軸の表示の方が実験値のばらつきにまとまりがよい。図中の水平線のうち、点線は鋼材の最低保証降伏点応力であり、実線は供試体の降伏点応力である。

図-25から、SM50 部材にくらべてHT80 部材の実験値のばらつきは少なく、非弾性域での座屈強度の低下はSM50 部材にくらべて小さいようである。このことは、図-22のHT80部材の実験点のしめる位置からも確かめられる。

#### (5) 残留応力除去焼鈍の効果

はりタイプの供試体で残留応力分布がはりの横倒れ耐荷力におよぼす影響を調べるために、同じ寸法のはりを作り、溶接のまま、焼鈍したものとの2種類について実験した。これら12対のはりについて両者の耐荷力の比をとり、平均値を求めると、SM50 部材、HT80部材ともに、焼鈍した部材の耐荷力は溶接のままの耐荷力の平均約11%の強度の向上がみとめられた。

#### (6) 初期変形の効果

図-22、図-25のはりタイプの供試体のうち、焼鈍部材12本については、断面に生ずる残留応力分布が除去されたものとみなすと、弾性座屈曲線、降伏曲線からのへだたりは供試体の初期変形による影響が大きいものと考えられる。初期変形が横倒れ座屈強度に与える問題については、文献3, 4, 9などに扱われている。ここでは実測による圧縮フランジの水平方向の初期変形量（表-2）と横倒れ耐荷力の大きさ（表-6）を記するにとどめる。図-22、図-25から、C-1-0の供試体を除けば、焼鈍部材の実験値は弾性座屈曲線および降伏曲線（水平線）にかなり近づいており、初期変形が最大強度に与える効果はあまり期待できないようである。

### 3.6 結 言

一軸対称 I 形部材の横倒れ座屈強度を理論的に求めた。また、溶接による2軸対称 I 形部材の曲げによる横倒れ座屈強度を実験によって求め、各種理論強度曲線との比較を行なった。供試体の鋼材はSM50材とHT80材（ $\sigma_y = 7,000$  ㎫）とである。供試体は桁高の低い I 形はりとプレートガーダー的な I 形桁からなり、 $r_x/r_y = 3.8 \sim 20.3$  となっている。すなわち、横倒れ座屈に対する断面性能としては比較的強いものと、弱いものとの両グループに分けることができ、実用の I 形部材の断面構成はこれらの間に入るものと思われる。

実験はすべて横倒れ座屈が非弾性域にて生ずるように行なった。これらの領域での横倒れ座屈強度に

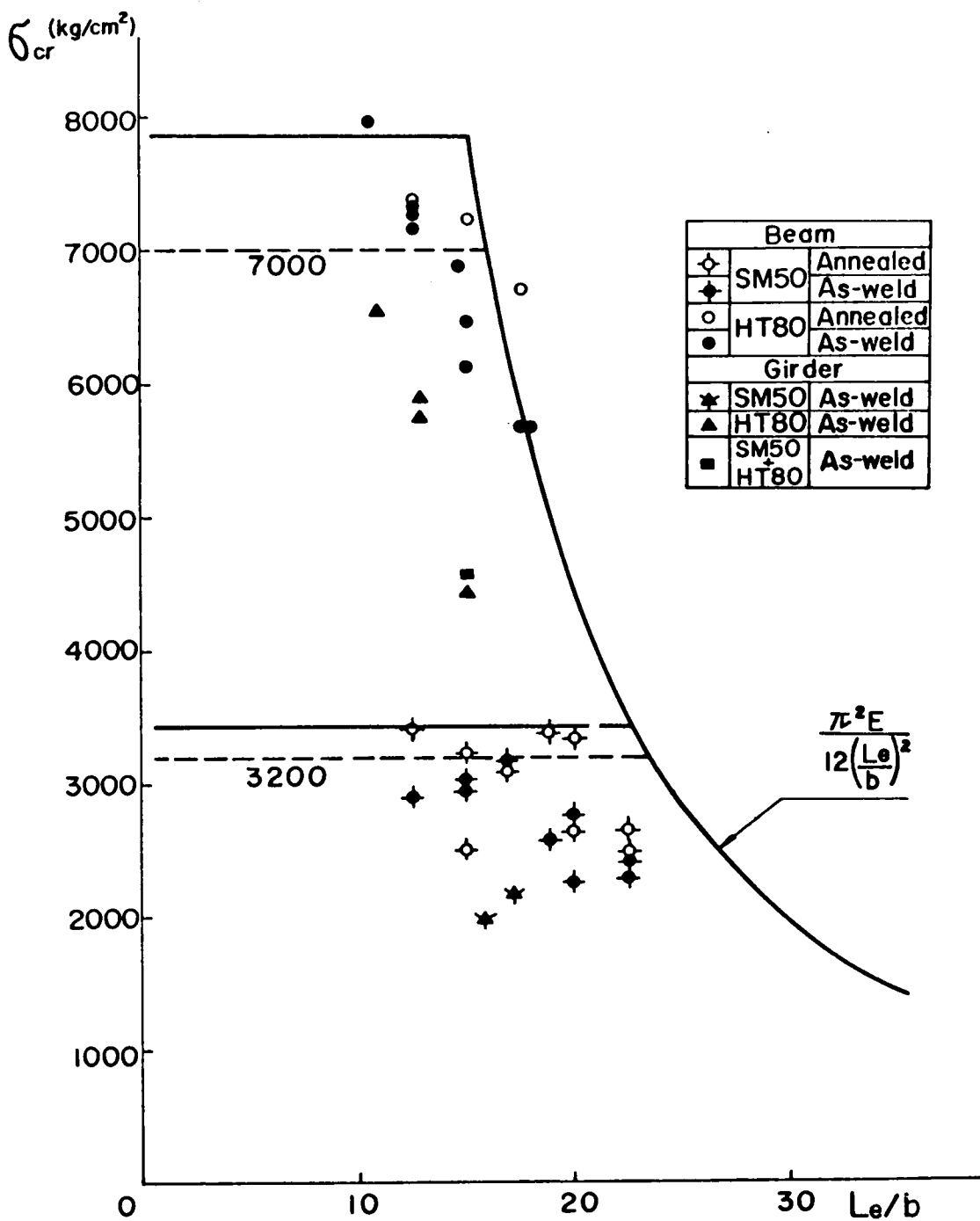


Fig.24

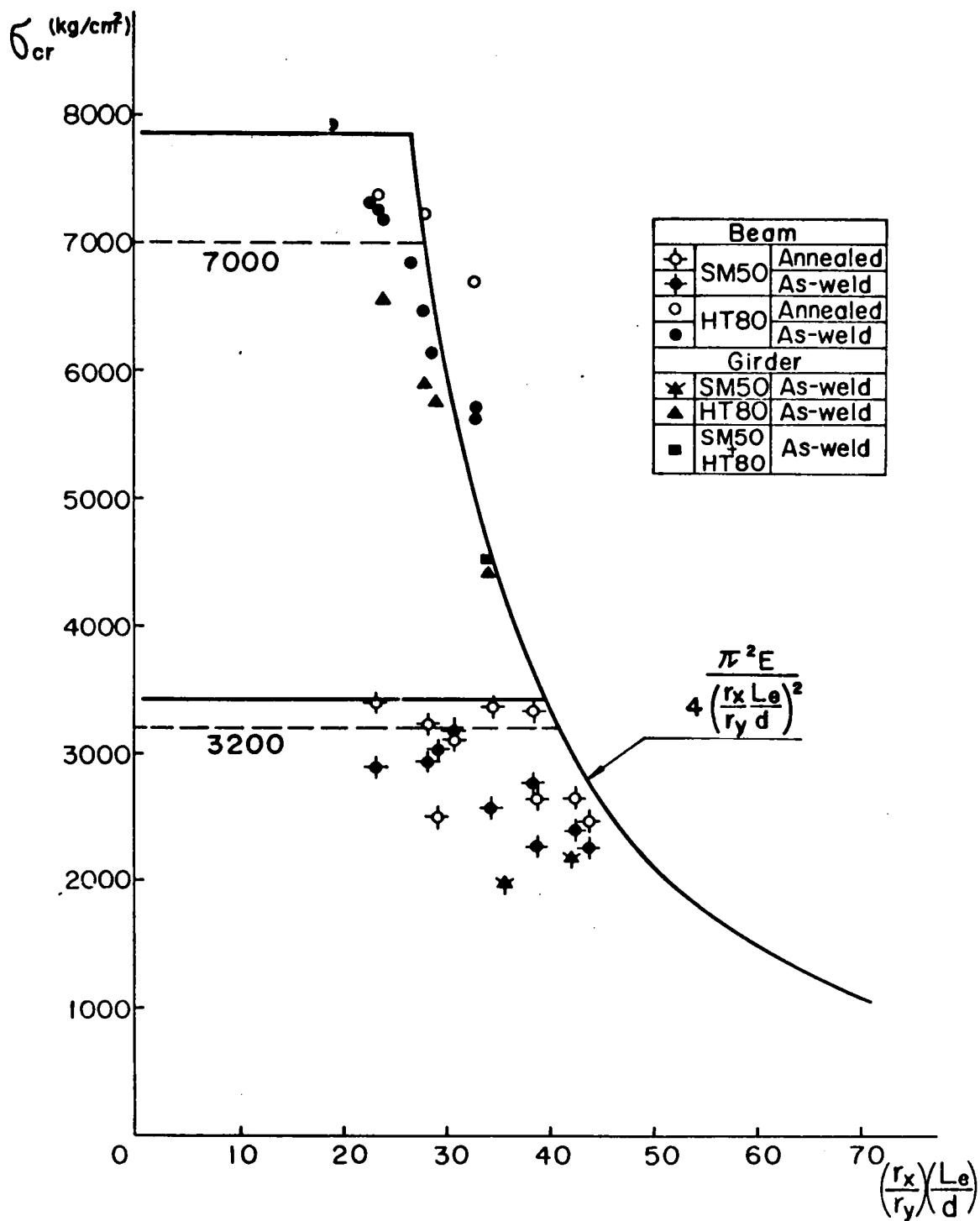


Fig. 25

与える鋼材種、残留応力分布、初期変形の影響などを調べることができた。また、横倒れを伴う耐荷力  
 は用いた供試体の断面性能の範囲内では、腹板の座屈とは直接の関連性はなく、横倒れ座屈強度により  
 求めることができる。実験値のばらつきは図-22、図-25のように  $(r_x/r_y)(L_o/d)$  を横軸にとれ  
 ば、比較的まとまりがよくなり、非弾性域での強度曲線を式(8)の直線式で表わすことにより、これらの  
 実験値をよく説明することができる。

## 記 号

- $A_f$  : 上下フランジの総断面積
- $A_w$  : 腹板断面積
- $b$  : フランジ幅
- $d$  : 断面高さ
- $E$  : ヤング率
- $G$  : セン断弾性係数
- $I_x, I_y$  :  $x$  軸 (強軸),  $y$  軸 (弱軸) まわりの断面 2 次モーメント
- $J$  : 断面のねじり定数
- $L$  : 供試体の長さ
- $L_o$  : 供試体の有効長さ,  $L_o = L/2$
- $M$  : 等曲げモーメント
- $M_{cr}$  : 理論座屈モーメント
- $M_{cr} (exp)$  : 腹板パネルの座屈モーメント (実験)
- $M_{cr} (S), (E), (F)$  : 表-4 に示す境界条件の腹板パネルの理論座屈モーメント
- $M_{max}$  : 横倒れを伴う部材の最大耐荷力
- $M_y$  : 弾性限モーメント
- $M_p$  : 全塑性モーメント
- $r_{fc}$  : 圧縮フランジの  $y$  軸のまわりの断面 2 次半径
- $r_x, r_y$  :  $x$  軸,  $y$  軸まわりの断面 2 次半径
- $t$  : フランジ厚さ
- $u$  : 圧縮フランジ中心の水平変位
- $v$  : 圧縮フランジ中心の垂直変位
- $w$  : 腹板厚さ
- $W_x$  :  $x$  軸まわりの断面係数
- $\alpha$  : 座屈曲線の横軸
- $\beta$  : 圧縮フランジのねじり角
- $\epsilon_x, \epsilon_{x1}, \epsilon_{x2}$  : 腹板の中心面, 表, 裏面のスパン方向のひずみ

$\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}$  : 腹板の表, 裏面の高さ方向のひずみ  
 $\nu$  : ポアソン比  
 $\sigma$  : 曲げ応力  
 $\sigma_{cr}$  : 理論横倒れ座屈応力  
 $\sigma_{rc}, \sigma_{rt}$  : 圧縮および引張残留応力  
 $\sigma_x, \sigma_{x1}, \sigma_{x2}$  : 腹板の中心面, 表, 裏面の曲げ応力  
 $\sigma_y$  : 鋼材の降伏点応力

## 参 考 文 献

- (1) Basler, K, Yen, B.T., Mueller, J.A. and Thurlimann, B.: "Web Buckling Tests on Welded Plate Girders", Welding Research Council Bulletin No. 64, Sept., 1960
- (2) Clark, J.W. and Jambock, J.R.: "Lateral Buckling of I-Beams Subjected to Unequal End Moments", Proc. ASCE Vol. 83, No. EM3, July, 1957
- (3) Column Research Council, Guide to Design Criteria for Metal Compression Members, John Wiley & Sons, New York, 1966
- (4) Fukumoto, Y. and Galambos, T.V.: "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns", Proc. ASCE Vol. 92, No. ST2, April, 1966
- (5) Galambos, T.V.: "Inelastic Buckling of Beams", Proc. ASCE Vol. 89, No. ST5, October, 1963
- (6) Hansell, W., and Winter, G.: "Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", Jour. ACI Vol. 56, No. 3, Sept., 1959
- (7) Hechtman, R.A., and Hatrup, J.S., and Eugene, F.S.: "Lateral Buckling of Rolled Steel Beams", Trans. ASCE Vol. 122, Nov., 1955
- (8) Lay, M.G. and Galambos, T.V.: "Bracing Requirements for Inelastic Steel Beams", Proc. ASCE Vol. 92, No. ST2, April, 1966
- (9) Lee, G.C.: "A Survey of Literature on the Lateral Instability of Beams", Welding Research Council Bulletin No. 63, August, 1960
- (10) Lee, G.C. and Galambos, T.V.: "Post-Buckling Strength of Wide Flange Beams", Proc. ASCE Vol. 88, No. EM1, Feb., 1962
- (11) Marshall, W.T.: "A Survey of the Problem of Lateral Instability in Reinforced Concrete Beams", Proc. ICE, Vol. 45, July, 1969
- (12) Neal, B.G.: "The Lateral Instability of Yielded Mild Steel Beams of Rectangular Cross Section", Phil. Trans. Royal Soc. of London, Series A, Vol. 242, Jan., 1950
- (13) Nylander, H.: "Effect of Initial Deformations on Dimensioning with Regard to Lateral Buckling", The Royal Institute of Technology Bulletin No. 75, Stockholm, 1968
- (14) Protte, W.: "Ein Beitrag zum Problem der Gesamtstabilität Querausgesteifter Trager im Kippbereich", Stahlbau, 30, H. 4, 1961
- (15) Trahair, N.S.: "Deformations Geometrically Imperfect Beams", Proc. ASCE Vol. 95, No. ST7, July, 1969
- (16) 大岩 浩: プレートガーダーのウェブの曲げ座屈強度, 名古屋大学大学院修士論文 No. 68103, 1968 年 3 月
- (17) 奥村敏恵: 溶接組立材の座屈に関する研究, 溶接学会誌 Vol. 21, No. 10, 1952 年
- (18) 関西橋梁鉄骨溶接研究会: プレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験, 1965 年 7 月
- (19) 関西橋梁鉄骨溶接研究会: プレートガーダーの座屈に関する調査と研究, 1967 年 2 月

- 20 小西一郎・米沢博・三上市蔵：プレートガーダーの曲げ弾性座屈，土木学会論文集 No. 143, 1967年 7月
- 21 田島二郎・伊藤文人：下路プレートガーダーの横倒れ座屈に関する研究，第24回土木学会年次学術講演概要集，1969年9月
- 22 仲 威雄・加藤 勉：単一材の座屈，東京大学出版会，1959年
- 23 新田 顕：曲げをうける板つき桁の横倒れ捩れ座屈強度について，日本海事協会技術研究所報告 No. 130, 1966年8月
- 24 日本鋼構造協会：特集プレートガーダー，JSSC Vol. 4, No. 27, 1968
- 25 福本嘯士・藤原 稔：I形断面ばりの横倒れ座屈強度，第22回土木学会年次学術講演概要集，1967年5月
- 26 福本嘯士・渡辺信夫：溶接I形ばりの横倒れ座屈強度，第23回土木学会年次学術講演概要集，1968年10月
- 27 福本嘯士・西野文雄共訳，Galambos 著：鋼構造部材と骨組，丸善，1970年
- 28 前田幸雄・三宮和彦・梶本政良：アルミ合金桁の横倒れ座屈に関する研究，第24回土木学会年次学術講演概要集，1969年9月
- 29 吉田 博：はりの横倒れ座屈に及ぼす曲率の影響，土木学会中部支部研究発表概要集，1970年2月



## フランジの局部座屈強度

## 4 フランジの局部座屈強度

### 4.1 緒 言

I 形ばり、プレートガーダーに曲げが作用したときの、曲げ耐力は部材の横倒れが断面構成寸法、横構などにより防止されている場合には、通常、圧縮側フランジの局部的な座屈崩壊により支配される。圧縮側フランジの局部座屈崩壊は Basler<sup>1)</sup> によれば

(1) 垂直方向座屈, (2) 水平方向座屈, (3) ねじれ座屈

の3種類にわけられる。このうち、(1)の垂直方向座屈は腹板の幅厚比がほぼ340 (SS41級)以上のときに生ずる可能性があり<sup>1)</sup>、通常の幅厚比が200以下ではこの種の座屈崩壊は起こらない。(2)の水平方向座屈は圧縮側フランジを1本の柱とみなして、フランジ面内の Euler 形座屈を指すが、横倒れ防止材を適当な間隔に配置することにより防ぐことができる。

圧縮側フランジのねじれ変形を伴った座屈崩壊はI形ばりの曲げ崩壊にて、しばしば経験されるが、その強度は圧縮側フランジの幅厚比を適当に変えることにより、弾性座屈、非弾性座屈、ひずみ硬化域座屈にわけることができる。

フランジのねじれ局部座屈の理論は

(1)フランジを板とみなし、2辺単純支持、非載荷1辺自由、他辺弾性回転をもつ板の1様圧縮による板の座屈とみなすもの、(2)フランジを一枚の細帯片とみなして、腹板との溶接線を中心軸とする柱のねじれ座屈とみなすもの、(3)フランジを板とみなし、座屈後の板の極限強度として取り扱う、などに大別することができる。

塑性設計法では、塑性ヒンジ部の強度と所定の変形能力を満足せしめ、早期の座屈により強度の低下を防ぐため、塑性ヒンジ形成近傍における断面を構成する板要素の幅厚比を規定している<sup>2)2)</sup>。フランジの幅厚比に関する研究も、最近かなり活発に行なわれ、断面が圧縮によりひずみ硬化域に達するまで座屈をおこさないか、またはおこしてもひずみ硬化域での強度がさらに期待できるように板の幅厚比を決めている<sup>3)~6)</sup>。

一方、熱間圧延過程または溶接組立の結果生ずる残留応力による柱、または、板の座屈強度の低下に関する研究もすでに数多くの研究結果が発表され<sup>7)8)9)</sup>、たとえばこれの影響を柱の圧縮許容応力度の設計式に含めているものがある<sup>2)</sup>。

圧縮側フランジの局部座屈は図-1に示すような支持条件をもつ1様圧縮板として解かれている。

いま、 $L > b$ として座屈後のたわみ曲面の  $y$  方向の変化が直線的に変化するとみなすと、フランジの局部座屈は図-2に示すような十字形断面柱の中心軸圧縮による柱のねじれ座屈として取り扱える。<sup>10)</sup>

柱の両端がねじれに対して単純支持条件では

Fig.1 Flange Plate

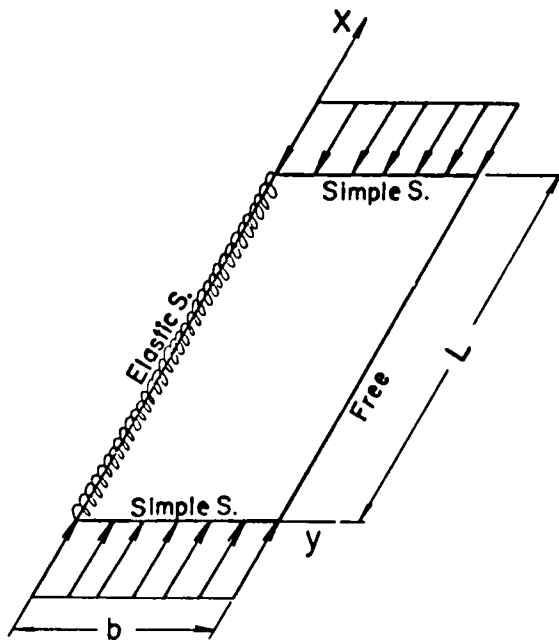
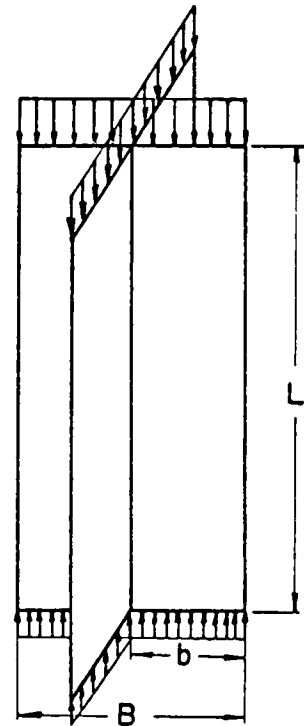


Fig.2 Cruciform Shaped Column



$$\sigma_{cr} = \frac{1}{I_0} \left( C_T + \frac{\pi^2}{L^2} C_W \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $I_0$ :断面の極2次モーメント、 $C_T$ :単純ねじれ剛度、 $C_W$ :曲げねじれ剛度  
フランジのような断面では $C_W = 0$  とみなせるから

$$\sigma_{cr} = \frac{C_T}{I_0} = G \left( \frac{t}{b} \right)^2 = G \left( \frac{2t}{B} \right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

となり、柱の長さ $L$ に無関係に、フランジの幅厚比のみに関係する。

非弾性域での坂としての座屈は応力-ひずみ曲線が比例限度応力 $\sigma_p$ 以上になると $\sigma = f(\epsilon)$ 曲線をもとに $E_t = \tau E = d\sigma/d\epsilon$ ,  $G_t = \tau G$  を弾性の $E$ ,  $G$ の代わりに用いるもの<sup>(1)</sup> また塑性理論による Prandtl-Reuss のひずみ増分理論(塑性流れ理論)<sup>(12)(3)</sup>, Mises-Levy による全ひずみ理論(塑性変形理論)<sup>(4)</sup> を用いて解かれる。

本研究ではフランジの局部座屈強度をフランジが腹板との溶接線に沿って回転に対して弾性支持されているような細帯片のねじれ座屈とみなし、かつ溶接時に断面に発生する残留応力分布を考慮して求めたものである。また、十字断面柱を用いて柱のねじれ座屈実験を行ない、フランジの局部座屈強度を実験から得られた座屈値と、それぞれ柱および板の局部座屈として求めた理論値との比較検討を行ない、

あわせて、圧縮側フランジの幅厚比と高張力鋼との関連、現行示方書に用いられる同幅厚比との関係について考察を試みた。

## 4.2 理論解析

フランジと腹板との溶接線に沿って、腹板の曲げ剛性がフランジのねじれに対して弾性固定として作用するとして解析した。用いた仮定はつぎのようである。

- (1) 軸方向力は柱の断面の重心に作用し、断面および全長にわたって一様である。
- (2) 横断面形は座屈後も、もとの断面形状を保っている。
- (3) 柱は初期変形がなく座屈まで真直である。
- (4) 断面には溶接による残留応力が初期応力として分布しており、この応力分布は柱の全長にわたって一様である。
- (5) 断面の塑性域は常に負荷状態とする。座屈時におけるひずみの反転は起こらないものとする。

### (1) 弾性座屈

図-3に示すようなフランジが腹板による回転ばね定数 $K_\phi$ をもって支持されているとき、腹板との溶接線まわりのねじれに関する座屈後の微小変形に対するつり合い式はつぎのようになる。

$$C_W \frac{d^4 \phi}{dz^4} - \left\{ C_T - \int_A \sigma_z (x^2 + y^2) dA \right\} \frac{d^2 \phi}{dz^2} + K_\phi \phi = 0 \quad (3)$$

ここに、 $C_W$ ：フランジの曲げねじれ剛性 $=EI_W$ 、 $I_W$ はフランジのねじれ中心（重心）に関する曲げねじれ定数であり、次式

で与えられる： $I_W = \frac{(Bt)^3}{144}$ 、 $C_T$ ：フランジの単純ねじれ剛性、 $K_\phi$ ：回転ばね定数、なお、式(3)中の回転ばね定数 $K_\phi$ は図-3のようにフランジの座屈により、腹板が変形をうける場合を考える。

すなわち、

$$K_\phi = \frac{M}{\theta} = \frac{4D}{d_w} - \frac{Ew^3}{3d_w(1-\nu^2)}$$

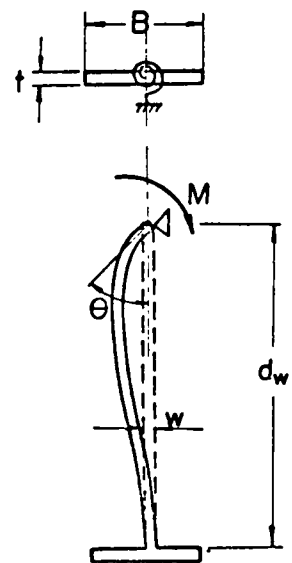
柱の断面に残留応力が存在すると、柱に作用する軸方向応力は外力による垂直応力 $\sigma_{cr}$ と残留応力 $\sigma_r$ の和となる。ここに、 $\sigma_{cr} = P/A$ （圧縮応力を正とする）。

したがって、式(3)の $\sigma_z$ は

$$\sigma_z = \sigma_{cr} + \sigma_r \quad (4)$$

ゆえに、

Fig.3 Web Plate



$$\begin{aligned}\int_A \sigma_z (x^2 + y^2) dA &= \int_A \sigma_{cr} (x^2 + y^2) dA + \int_A \sigma_r (x^2 + y^2) dA \\ &= P \frac{I_x + I_y}{A} + \int_A \sigma_r (x^2 + y^2) dA\end{aligned}$$

柱の両端がねじれに対して回転支持であるとすると、

$$\phi = A_0 \sin \frac{n\pi z}{L} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を用いて式(5)から柱のねじれ座屈強度  $P_{cr}$  は

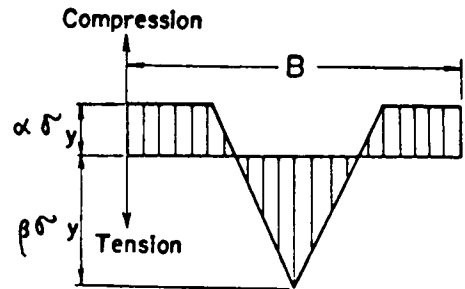
$$P_{cr} = \frac{A}{I_x + I_y} \left\{ C_T + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 C_W - \int_A \sigma_r (x^2 + y^2) dA + \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 K_\phi \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、残留応力分布を図-4のように仮定すると(実測値との比較は図-15, 16, 17 参照),

Fig. 4 Simplified Residual Stress Distribution

図から

$$\left. \begin{aligned}\sigma_r &= -\beta \sigma_y + \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha} \frac{x}{B} \sigma_y, \\ 0 \leq x &\leq \frac{\alpha}{\alpha + \beta} B \\ \sigma_r &= \alpha \sigma_y, \quad \frac{\alpha}{\alpha + \beta} B < x \leq \frac{B}{2}\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7)$$



式(6), (7)から座屈応力度  $\sigma_{cr}$  は

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\left( \frac{B}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \right)^2} \left\{ \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{nB}{L} \right)^2 + \frac{2}{1+\nu} + \frac{12}{\pi^2} \left( \frac{L}{nB} \right)^2 K_{\phi_0} \right\} - \alpha \left\{ 1 - \left( \frac{2\alpha^2}{(\alpha + \beta)^2} \right) \right\} \quad \dots\dots (8)$$

ここに、 $K_{\phi_0}$  を腹板拘束係数と定義し、次式で与えられる。

$$K_{\phi_0} = \frac{1}{3} \left( \frac{w}{t} \right)^3 \left( \frac{B}{d_w} \right) \frac{1}{1-\nu^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(8)より、 $\sigma_{cr}/\sigma_y$  を最小にする  $L/nB$  は式(10)によって求められる。

$$\frac{L}{nB} = \frac{\pi}{2\sqrt{9K_{\phi_0}}} = \frac{0.907}{\sqrt{K_{\phi_0}}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

## (2) 弾塑性座屈

断面に残留応力が存在する柱に中心軸荷重が作用すると、荷重による一様圧縮応力と圧縮残留応力の最大値との和が材料の降伏点応力に達すると、その部分では断面は降伏域に入る。このため、断面には弾性域と塑性域が共存することになる。したがって、弾塑性座屈では弾性域では弾性の断面諸係数を用い、塑性域においては塑性論から得られる係数を用いなければならない。

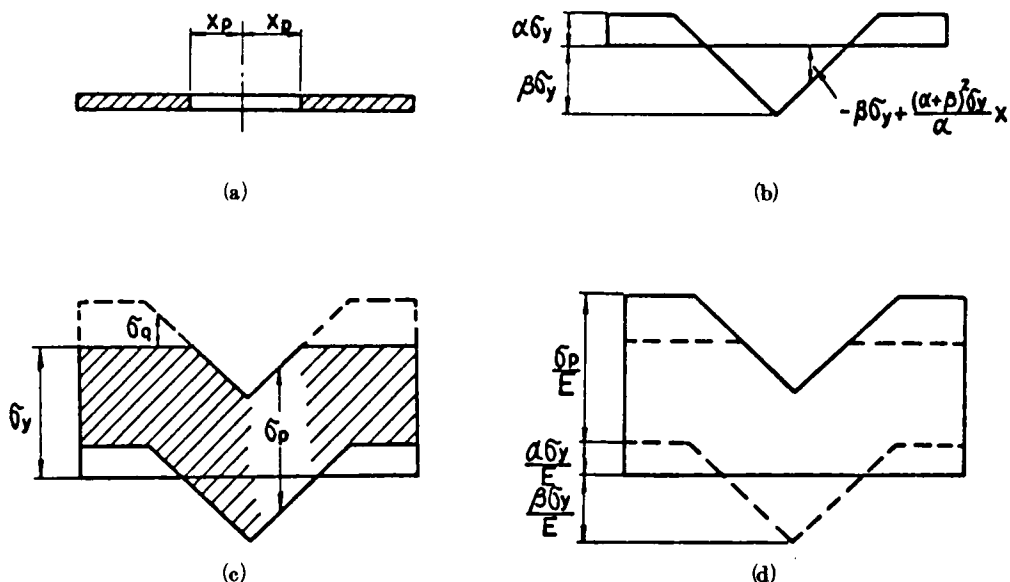
弾塑性域でのフランジの垂直応力分布，ひずみ分布は図-5(c)において弾性部分の応力 $\sigma_e$ は

$$\sigma_e = \sigma_p + \sigma_y$$

一方，

$$\sigma_p = (1 + \beta) \sigma_y - \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \left( \frac{x_p}{B} \right) \sigma_y \quad \dots\dots\dots (11)$$

Fig.5 Yielded Patterns



塑性部分 ( $x > x_p$ ) では図-5(c)の点線部分の垂直応力の大きさを $\sigma_q$ とすると，中心軸荷重 $P$ は図-5(c)の斜線部分の面積積分により求められる。

$$P = \sigma_q A - 2 \int_{x_p}^{B/2} \sigma_q t dx \quad \dots\dots\dots (12)$$

垂直応力度を無次元して表わすと

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = 1 - \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha} \left( \frac{x_p}{B} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(13)を平均座屈応力度 $\sigma_{cr}/\sigma_y$ となるようなフランジの座屈長さおよび幅厚比は式(3)，および，

$$\phi = A_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$

を用いて解析的に解いた式(14)により求めることができる。

$$\int \sigma_e (x^2 + y^2) dA = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 C_W + C_T + \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 K \phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに， $C_W$ は曲げねじれ剛性， $C_T$ はSt. Venantのねじれ剛性である。 $C_W$ ， $C_T$ は断面に塑性域

が入ってくると、この領域では用いる塑性理論による応力－ひずみ関係から求めなければならない。

$C_W$ －値

非弾性座屈計算において、座屈時の断面の剛性を求めるのに、接線弾性係数理論 (Tangent Modulus Theory) を用いる。すなわち、座屈時の断面でのひずみの反転は生じないとすると

$$C_W = E I_{W_e} + E_t I_{W_p}$$

となり、理想弾塑性材料では  $E_t = 0$  となるから

$$C_W = E I_{W_e}$$

となり、断面の弾性部分のみが座屈時の曲げねじれ抵抗に対して有効となる。

$$C_W = E I_{W_e} = E \frac{(2x_p)^3 t^3}{144} = \frac{E t^3}{18} x_p^3 \quad (15)$$

$C_T$ －値

座屈前の真直な柱は中心軸圧縮により  $\sigma_z$  のみが存在するが、ねじれ座屈により生ずるせん断応力とせん断ひずみの関係は塑性流れ理論<sup>(12)</sup>によれば

$$d\tau = G d\gamma \quad (16)$$

となり塑性域における座屈時のせん断応力－せん断ひずみ関係は弾性域の場合のそれと同じとなる。

すなわち、断面のねじれ剛性は塑性流れ理論によれば全横断面が有効に弾性挙動を示す。

$$C_T = GJ = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{Bt^3}{3} = \frac{E}{6(1+\nu)} Bt^3 \quad (17)$$

ここに、 $J = \frac{1}{3} Bt^3$  : 断面のねじれ定数

一方、塑性変形理論<sup>(9)(14)</sup>によれば塑性域における座屈時のせん断応力－せん断ひずみ関係は

$$d\tau = E_s d\gamma \quad (18)$$

$$x = \frac{1}{2 + 2\nu + 3\left(\frac{E}{E_s} - 1\right)} \quad (19)$$

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

全断面のねじれ剛性は弾性部分と塑性部分にわけて、

$$C_T = \frac{E}{2(1+\nu)} \int_{A_e} \frac{t^3}{3} ds + E \int_{A_p} x \frac{t^3}{3} ds \quad (20)$$

弾性部分では

$$C_{T_e} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{t^3}{3} (2x_p) = \frac{E t^3}{3(1+\nu)} x_p \quad (21)$$

塑性部分では

$$\varepsilon = \frac{\sigma_p}{E} + \frac{\sigma_r}{E}$$

$$\sigma_r = -\beta\sigma_y + \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha}\sigma_y x$$

ゆえに、

$$E_s = \left( \frac{\sigma_y}{\sigma_p + \sigma_r} \right) E$$

式(19)より

$$x = \frac{1}{2\nu - 1 + 3\left(\frac{\sigma_p + \sigma_r}{\sigma_y}\right)} \dots\dots\dots (22)$$

図-5より、 $\sigma_p + \sigma_r$  の分布は  $x$  とともにつぎの2つの場合にわけられる。

$$(1) \quad \sigma_p + \sigma_r = (1 + \beta)\sigma_y - \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha} \frac{x_p}{B} \sigma_y - \beta\sigma_y + \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha} \sigma_y \frac{x}{B}$$

$$0 \leq x \leq \frac{\alpha}{\alpha + \beta} B \dots\dots\dots (23)$$

$$(2) \quad \sigma_p + \sigma_r = (1 + \beta)\sigma_y - \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha} \frac{x_p}{B} \sigma_y + \alpha\sigma_y$$

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} B \leq x \leq \frac{B}{2}$$

式(22), (23)から式(20)の右辺第2項の積分を求めると、 $\nu = 0.5$  を用いて

$$\begin{aligned} E \int x \frac{t^3}{3} ds &= \frac{2\alpha B t^3}{9(\alpha + \beta)^2} E \log_e \left\{ 1 + \alpha + \beta - \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} x_p \right\} \\ &+ \frac{(\beta - \alpha) t^3 B E}{9(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \alpha + \beta - \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha B} x_p \right\}} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

式(21), (24)から弾塑性域のねじれ剛性が塑性域の拡がりの関数として求まる。

与えられた弾塑性の応力分布に対するフランジの座屈幅厚比は式(13), (14), (19)および塑性流れ理論によれば、式(17)を用いて

$$\begin{aligned} \frac{B}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} &= \left\{ \frac{\pi^2}{9} \left( \frac{nB}{L} \right)^2 \left( \frac{x_p}{B} \right)^3 + \frac{1}{3(1 + \nu)} + \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{L}{nB} \right)^2 K_{\phi 0} \right\}^{1/2} \\ &\left\{ \frac{1}{6} - \frac{(\alpha + \beta)^2}{3\alpha} \left( \frac{x_p}{B} \right)^4 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$



また、同じくフランジの座屈幅厚比は塑性変形理論によれば、式(3)、(4)、(5)および式(20)を用いて、

$$\begin{aligned} \frac{B}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} = & \left[ \frac{\pi^2}{9} \left( \frac{nB}{L} \right)^2 \left( \frac{x_p}{B} \right)^3 + \frac{2}{3(1+\nu)} \left( \frac{x_p}{B} \right) \right. \\ & + \frac{4\alpha}{9(\alpha+\beta)^2} \log_e \left\{ 1 + \alpha + \beta - \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha B} x_p \right\} \\ & + \frac{2(\beta-\alpha)}{9(\alpha+\beta) \left\{ 1 + \alpha + \beta - \frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha B} x_p \right\}} \\ & \left. + \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{L}{nB} \right)^2 K_{\phi_0} \right]^{1/2} / \left\{ \frac{1}{6} - \frac{(\alpha+\beta)^2}{3\alpha} \left( \frac{x_p}{B} \right)^4 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

式(25)および(26)において、板幅厚比を最小にする  $(L/nB)$  値は塑性流れ理論および塑性変形理論とも

$$\left( \frac{L}{nB} \right)_{cr} = \pi \left\{ \frac{1}{18K_{\phi_0}} \left( \frac{x_p}{B} \right)^3 \right\}^{1/4} \dots\dots\dots (27)$$

となる。

### (3) 数値計算

#### (a) 弾性座屈

板の座屈強度式  $\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 D^{00}}{b^2 t}$ ，ここに、 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$  を変形すると

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \left\{ \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \right\}^2 = k \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} = 0.903 k \dots\dots\dots (28)$$

ここに、ポアソン比： $\nu = 0.3$ ，フランジ全幅： $B = 2b$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \left\{ \frac{B}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \right\}^2 = 3.612 k \dots\dots\dots (28')$$

図-6は式(28)の値を縦軸に、横軸に  $L/B$  をとった座屈曲線である。ここに  $k$  の値として腹板との溶接線周りの単純支持、固定支持に対して用いてある<sup>00</sup>。また、同図には、弾性回転支持されたフランジのねじれ座屈に関する式(8)にて、 $\alpha = \beta = 0$  とした  $\sigma_{cr}/\sigma_y \{ B/t \sqrt{\sigma_y/E} \}^2$  の値を式(10)から求めた  $(L/nB)_{cr}$  ( $n=1, 2, 3$ ) を用いて図示してある。 $K_{\phi_0} = 0$  では、緒言でも紹介したように、両者のひらきはほとんどなく、また、弾性回転支持では  $K_{\phi_0} = 2.5$  に相当する  $\sigma_{cr}/\sigma_y \{ B/t \sqrt{\sigma_y/E} \}^2$  の値は、溶接線に沿って固定支持された板の座屈強度値と同じような傾向を示す曲線を示している。すなわち、 $K_{\phi_0} = 2.5$  をもつ柱のねじれ座屈は無載荷辺、一辺固定、他辺自由の板の座屈と類似の強度曲線を与えている。

図-7は座屈強度  $\sigma_{cr}/\sigma_y$  を縦軸に、横軸に  $B/t \sqrt{\sigma_y/E}$  をとった座屈強度曲線である。ここでは、弾性限は  $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.5$  となっている。柱としての座屈と板としての座屈との両者は、良好な一致が

Fig. 6 Elastic Buckling (Plate and Column Theories)

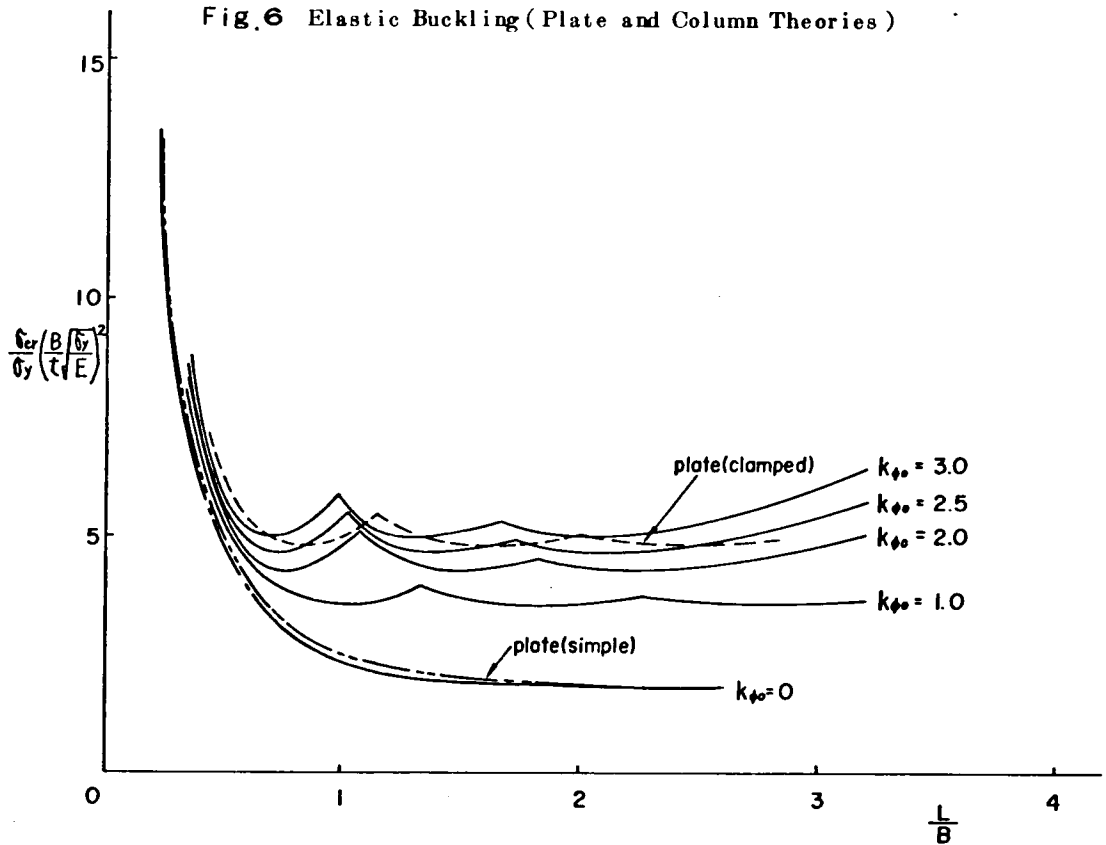


Fig. 7 Buckling Strength Curves for  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$  and  $(0.5, 1.0)$

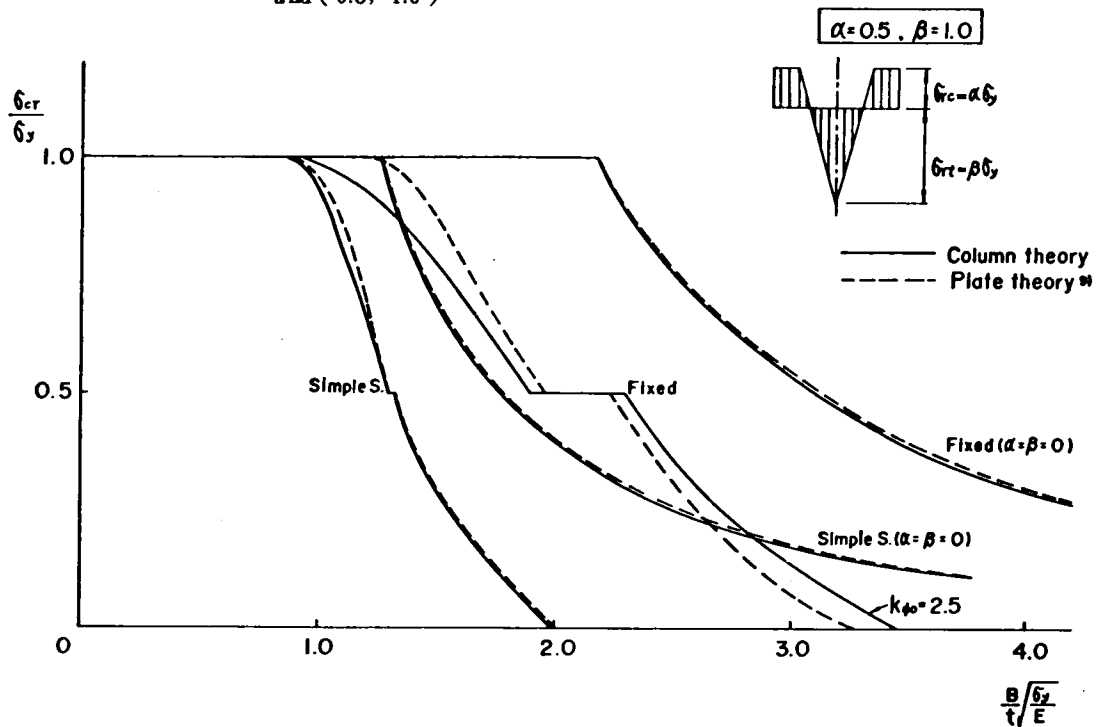
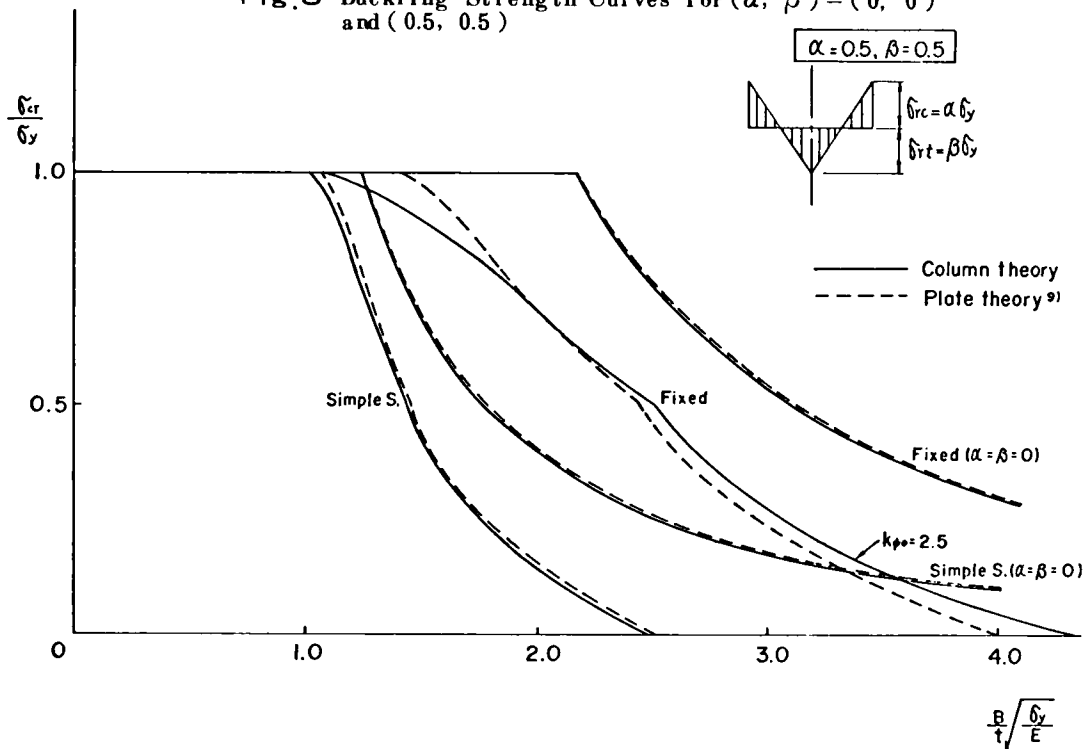


Fig. 8 Buckling Strength Curves for  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$   
and  $(0.5, 0.5)$



得られている。また、図中  $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 1.0$  は計算に用いた溶接による残留応力分布度を示しているが、これらの影響を考慮した弾性座屈値を示したものである。残留応力分布による弾性座屈強度の低下がみとめられる。比較のために用いた残留応力分布を含んだ板の弾性座屈は文献 9) から引用した。図で単純支持の場合の  $L/B$  の値は  $L/B = \infty$  を用いてある。同様に、図-8 は  $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 0.5$  の三角形状残留応力分布度に対する座屈強度曲線を示してある。

#### (b) 弾塑性座屈

仮定した残留応力分布を用いて式(3)、(25)、(26)および式(27)から塑性流れ理論および塑性変形理論を用いた弾塑性座屈強度曲線を求めることができる。

図-9 は両理論による座屈強度曲線の違いを示したものである。初期変形を無視した塑性流れ理論により求めた座屈曲線は塑性変形理論による座屈曲線より、かなり上側となる。

図-7 および図-8 の弾性限以上、 $\sigma_{cr}$ 、 $\sigma_y > 0.5$  に相当する曲線は塑性変形理論を用いた柱のねじれ座屈強度曲線であり、同様に板の座屈として求めた座屈曲線<sup>9)</sup>も示してある。

図-10 は腹板拘束係数  $K_{\phi 0}$  をパラメーターとしたときの座屈曲線の変化のようすを示したものである。プレートガーダーのフランジ、腹板の断面寸法構成から得られる  $K_{\phi 0}$  の値は、たとえば  $B/t = 24$ 、 $w/t = 0.60$ 、 $\nu = 0.3$  を用いると

$$K_{\phi 0} = \frac{1}{3} \left( \frac{w}{t} \right)^3 \left( \frac{w}{d_w} \right) \frac{1}{1-\nu^2} = \frac{1}{3} \left( \frac{B}{t} \right) \left( \frac{w}{d_w} \right) \left( \frac{w}{t} \right)^2 \frac{1}{1-\nu^2} = 0.0176$$

となり、図-10からもわかるように、腹板上で単純支持 ( $K_{\phi_0} = 0$ ) のときの座屈曲線と近い曲線を示しており、とくに非弾性域ではこの傾向は著しく、この場合実用上、 $K_{\phi_0} = 0$  とみなした柱のねじれ座屈強度とみなしてよいことがわかる。

### 4.3 実験内容と実験結果

#### (1) 実験目的

溶接組立によるプレートガーダーの曲げによる圧縮側フランジのねじれ座屈強度を調べるために、圧縮側フランジが腹板との溶接線に沿って回転に対して単純支持されていると考え、等辺十字形断面柱のねじれ座屈実験を行なった。実験にはSS41、非調質60キロ鋼（以後はHT60Wと記す）、調質60キロ鋼（以後はHT60Yと記す）の3鋼種を用いて残留応力測定および座屈実験を行ない、座屈強度と部材寸法すなわち、十字形断面柱の細長比  $L/r$ 、板幅厚比  $B/t$  との関連性を3鋼種について比較検討し、さらに残留応力が座屈強度に与える影響について考察した。

#### (2) 実験柱

用いた実験柱の高さはすべて700mmとし、板厚 ( $t = 4.5 \text{ mm} \sim 7 \text{ mm}$ ) で、板幅 ( $B = 90 \text{ mm} \sim 160 \text{ mm}$ ) の鋼板の両側に、これと同じ板厚の鋼板を連続隅肉溶接（脚長5mm）して、十字形断面柱を製作した（図-11）。また、柱の両端には  $160 \times 9 \times 160$  の支圧板を取りつけた。実験柱の板幅厚比  $B/t$  は15～36の範囲となるよう選んだ。鋼材はSS41、HT60W、HT60Yの3種類を用い、それぞれの鋼材で

Fig.9 Buckling Strength Curves by Deformation and Incremental Theories

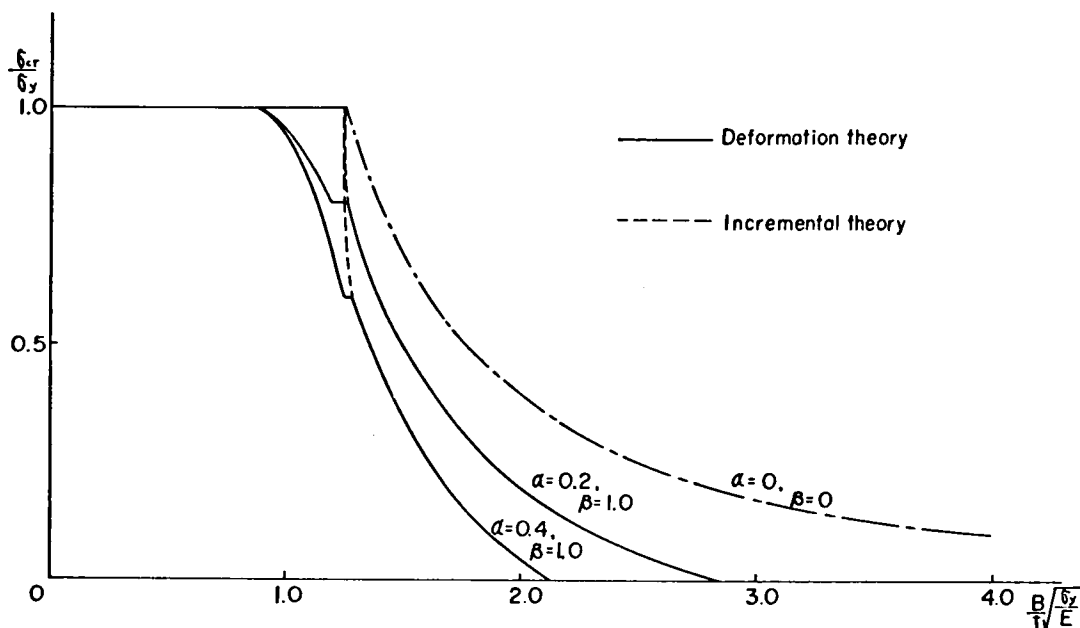
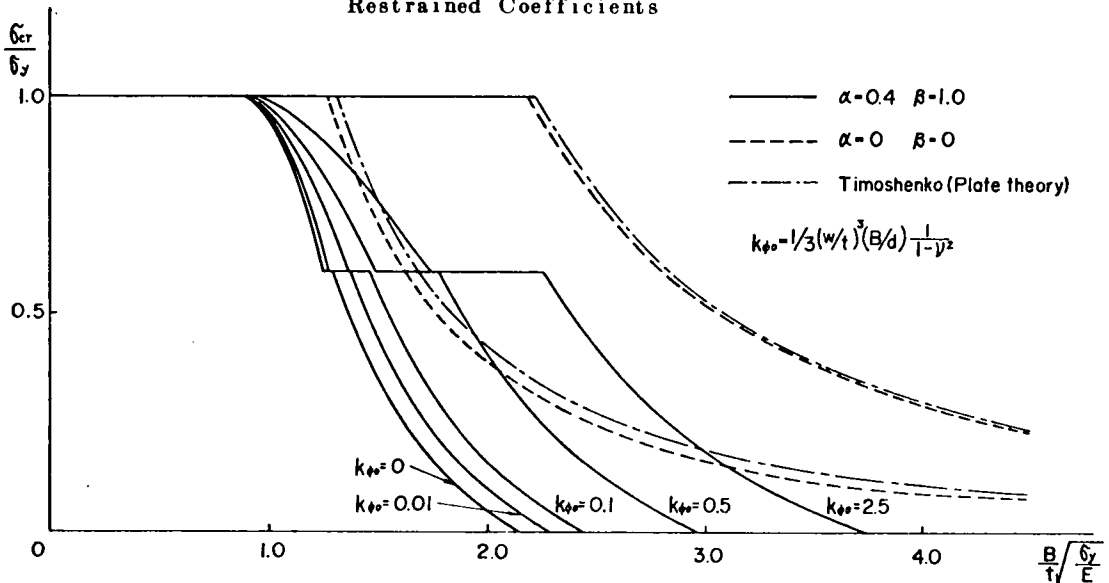


Fig.10 Buckling Strength Curves with Web  
Restrained Coefficients



同一断面寸法の実験柱を4本製作した。そのうち半数は溶接組立による残留応力を除去するために、残留応力除去焼なましを行なった。

実験柱の試験片番号、詳細寸法を図-11および表-1に示す。なお、横断面積Aの値には溶接部のそれを含んだものを用いてある。十字形断面には脚長5mmの隅肉溶接線が4隅にあるので、溶接部横断面積は0.5cm<sup>2</sup>となる。

実験柱の焼なましデータを図-12に示す。また、焼なまし条件はSS41では最高炉内温度620℃、継続時間50分、HT60WおよびHT60Yでは最高炉内温度630℃、継続時間35分であった。

### (3) 実験詳細

#### (a) 残留応力測定

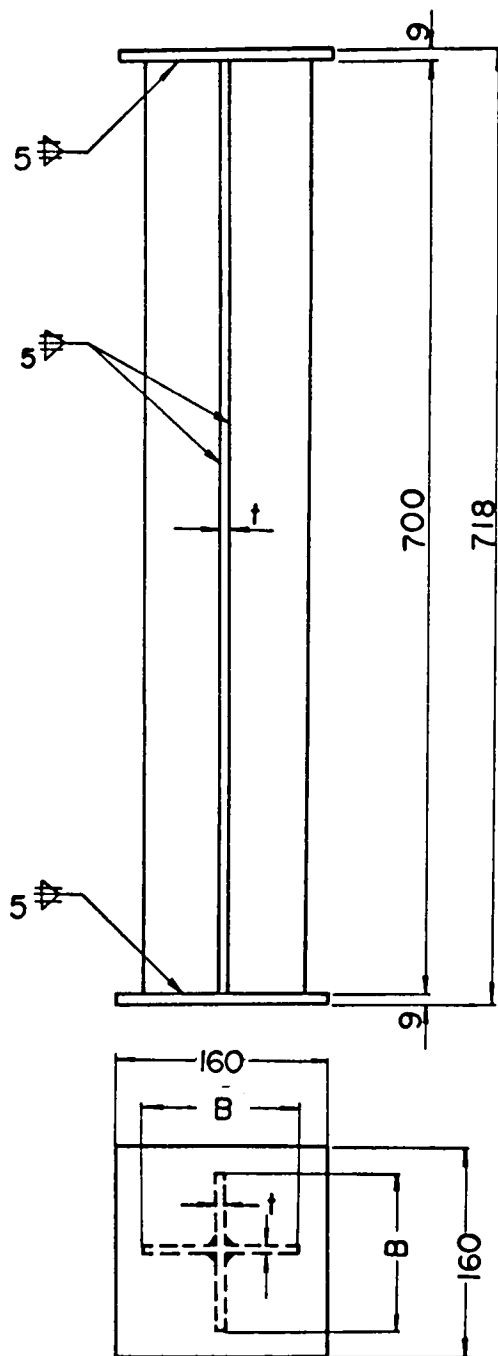
残留応力の大きさ、分布形状は溶接された部材の形態と板幅厚比によって、かなり分布形状が異なる<sup>0.017</sup>。残留応力測定には、すべての実験柱の板幅厚比の平均値に近い値 ( $B/t = 26.7$ ) の実験柱を選んだ。残留応力測定法として、切断法を採用した。柱の長手方向に存在する残留応力を測定するために、柱の中央断面に東京測器研究所製の電気抵抗型弾性ひずみゲージL-20をはり、ろうで覆い、その周囲を切断することによって残留応力を解放して、それによるひずみをインディケータによって測定した。切断には低速機械切削用のこぎりを使用した。切断線、ひずみゲージの貼付箇所の詳細を図-13に示す。

#### (b) 座屈実験

用いた試験機は本学土木工学科の100t万能試験機、または、建築学科の800t長柱試験機である。

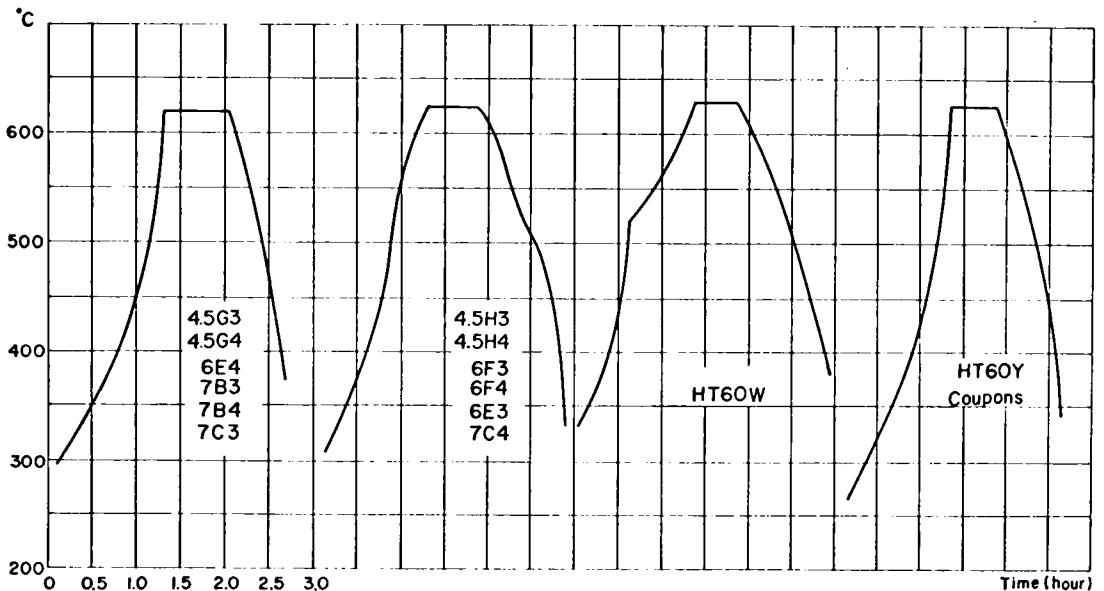
実験柱はその両端に取りつけた上下支圧板に試験機の載荷板が直接にタッチするようにし、また、

Fig.11 Test Columns



Unit in mm

Fig.12 Annealing Data for Test Columns



一様圧縮状態が得られるように、あらかじめ調節を行なった。したがって、実験柱はねじれ座屈に対して固定支持の境界条件となっている。

柱のねじれによるフランジのはらみ出しは、長さの4分点の3断面にてトランシットを用いて測定した。また、ひずみの測定には塑性域ひずみゲージYL-15を使用した。

各測点の位置は図-14に示す。载荷中の柱の降伏状態を視覚的にとらえ、かつ写真による判別を容易にするために、すべての実験柱に生石灰水溶液を塗布した。

#### (4) 実験結果

##### (a) 残留応力分布

切断法により、計6本の実験柱に対して残留応力分布を測定した。図-15、16および17は同一断面寸法のSS41, HT60WおよびHT60Y鋼材を用いた柱の中央断面での残留応力分布の実測値を示している。太実線は溶接したままの柱のものであり、太点線は残留応力除去焼なました柱のものである。溶接したままの柱では、残留応力分布は比較的平坦であり、その平坦部の平均応力はSS41では約 $12\text{ kg/mm}^2$ 、HT60Wでは約 $12\text{ kg/mm}^2$ 、HT60Yでは約 $14\text{ kg/mm}^2$ となっており、鋼材の降伏点応力に関係なくほぼ一定値を示している。フランジ端部から溶接ビード付近に近づくにしたがって応力勾配は大きくなり、圧縮応力から引張残留応力に移行し、溶接ビードに最も近いひずみゲージから引張残留応力の最大値が得られている。溶接ビード付近での引張残留応力は実測応力分布からみると、鋼材の降伏点応力度に達していると思われる。3鋼材についての残留応力分布を比較すると、HT60W, HT60YではSS41よりも圧縮残留応力の分布幅が広く、また、圧縮残留応力から引張残留応力に移るときの応力勾配が急であることが注目される。図-15、16、17の

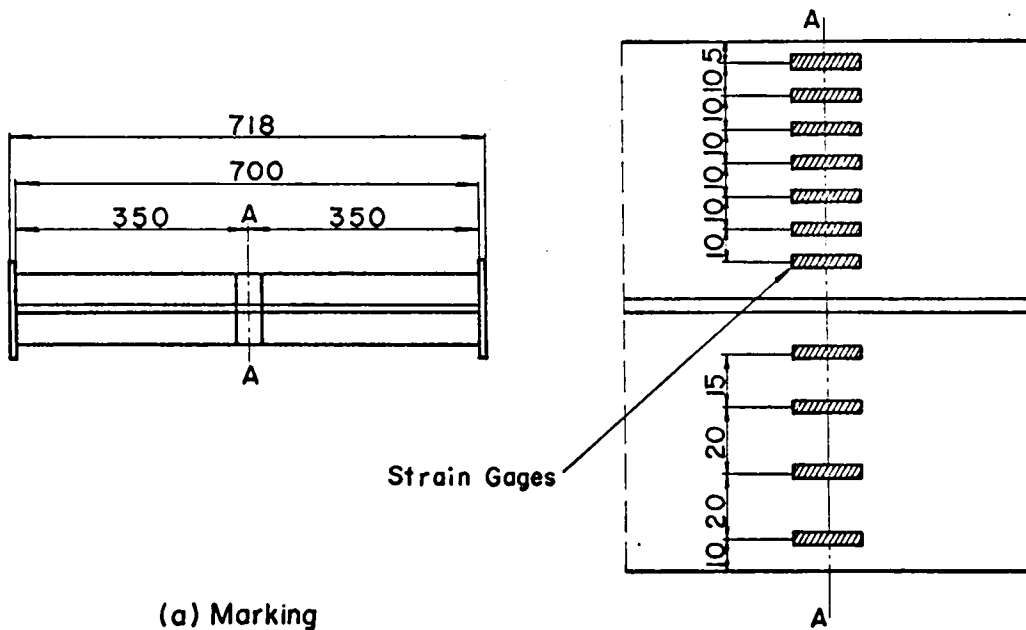
Table - 1 Dimensions of Test Specimens

Type	L (mm)	B (mm)	t (mm)	A (mm)	L/r	B/t	Remarks
SS 41	4.5H1	700	160	4.45	14.24	21.43	as-weld
	4.5H2	700	160	4.45	14.24	21.43	as-weld
	4.5H3	700	160	4.45	14.24	21.43	annealed
	4.5H4	700	160	4.40	14.08	21.43	annealed
	4.5G1	700	120	4.50	10.80	29.11	as-weld
	4.5G2	700	120	4.50	10.80	29.11	as-weld
	4.5G3	700	120	4.50	10.80	29.11	annealed
	4.5G4	700	120	4.50	10.80	29.11	annealed
	6F1*	700	160	5.90	19.20	21.42	as-weld
	6F2	700	160	5.90	19.20	21.42	as-weld
	6F3*	700	160	6.00	19.20	21.42	annealed
	6E1	700	120	6.00	14.40	29.11	as-weld
	6E2	700	120	6.00	14.40	29.11	as-weld
	6E3	700	120	6.00	14.40	29.11	annealed
	6E4	700	120	6.00	14.40	29.11	annealed
	7C1	700	160	7.20	23.04	21.41	as-weld
	7C2	700	160	7.20	23.04	21.41	as-weld
	7C3	700	160	7.20	23.04	21.41	annealed
	7C4	700	160	7.20	23.04	21.41	annealed
	7B1	700	140	7.20	20.16	24.47	as-weld
	7B2	700	140	7.20	20.16	24.47	as-weld
	7B3	700	140	7.20	20.16	24.47	annealed
	7B4	700	140	7.20	20.16	24.47	annealed
	7A1	700	105	7.20	15.12	32.59	as-weld
HT 60W	6F1	700	160	5.70	18.19	21.42	as-weld
	6F2*	700	160	5.70	18.19	21.42	as-weld
	6F3*	700	160	5.65	18.19	21.42	annealed
	6F4	700	160	5.65	18.19	21.42	annealed
	6E1	700	118	5.70	13.45	29.11	as-weld
	6E2	700	119	5.65	13.45	29.11	as-weld
	6E3	700	120	5.65	13.65	29.11	annealed
	6E4	700	120	5.70	13.65	29.11	annealed
	7C1	700	160	7.00	22.40	21.41	as-weld
	7C2	700	160	7.25	21.41	22.76	as-weld
	7C3	700	160	7.25	21.41	22.76	annealed
	7C4	700	160	7.00	22.40	21.41	annealed
	7B2	700	140	7.05	19.74	24.47	as-weld
	7B3	700	139	7.10	19.74	24.47	annealed
	7B4	700	139	7.10	19.74	24.47	annealed
HT 60Y	6F1*	700	159	5.70	18.91	21.42	as-weld
	6F2	700	159	5.70	18.91	21.42	as-weld
	6F4*	700	159	5.70	18.91	21.42	annealed
	6E1	700	119	5.70	15.14	29.11	as-weld
	6E2	700	119	5.70	15.14	29.11	as-weld
	6E3	700	119	5.80	15.14	29.11	annealed
	6E4	700	120	5.80	15.14	29.11	annealed
	6D1	700	90	5.70	10.26	38.02	as-weld
	6D2	700	90	5.70	10.26	38.02	as-weld
	7C1	700	160	7.10	22.72	21.41	as-weld
	7C3	700	160	7.10	22.72	21.41	annealed
	7B1	700	139	7.10	19.78	24.47	as-weld
	7B3	700	140	7.10	19.78	24.47	annealed
	7A1	700	105	7.00	14.70	32.59	as-weld

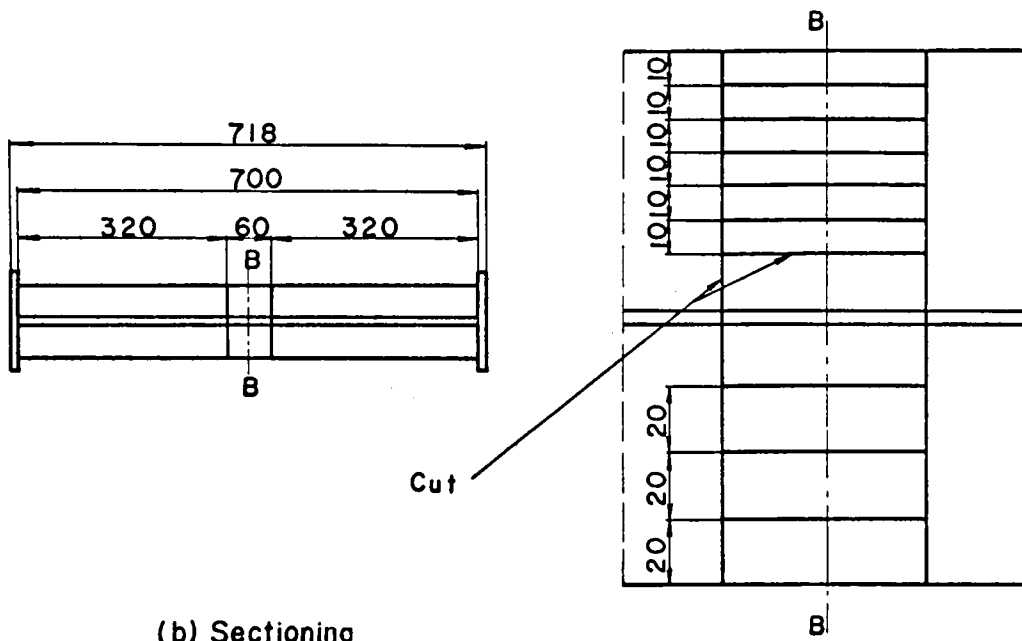
\* used for residual stress measurement.



Fig.13 Residual Stress Measurement

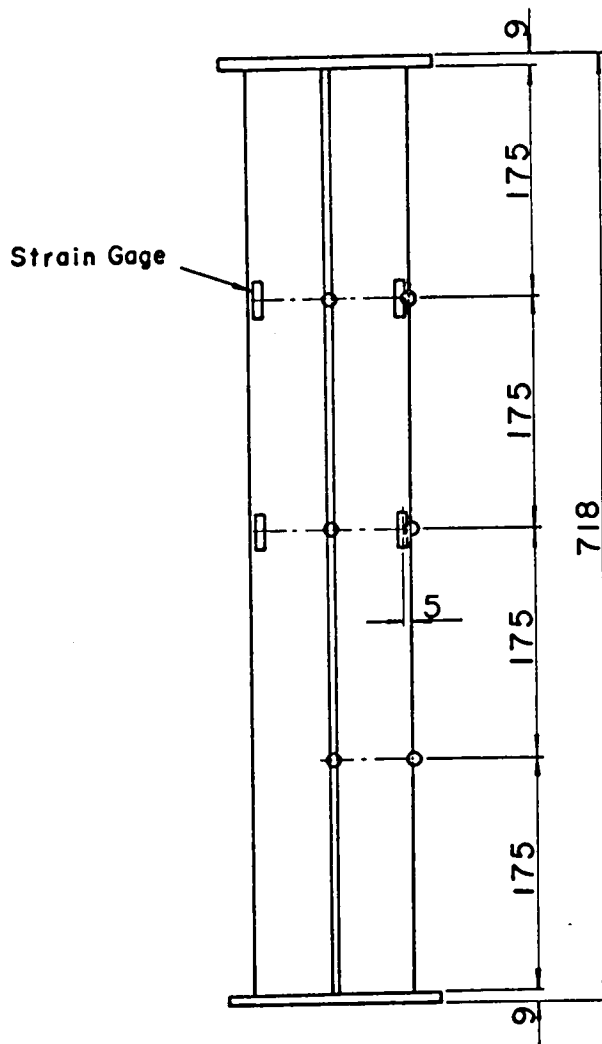


(a) Marking



(b) Sectioning

Fig.14 Test Setup



○ : Measuring Point by Transit  
 □ : Strain Gage Reading

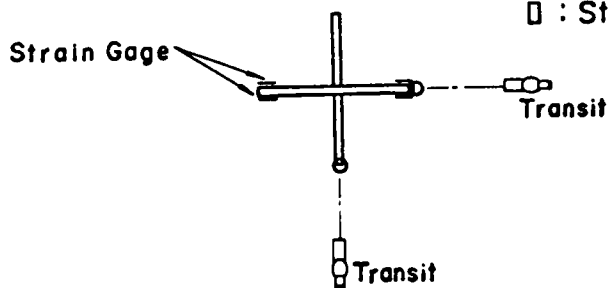


Fig.15 Residual Stress Distributions(SS41)

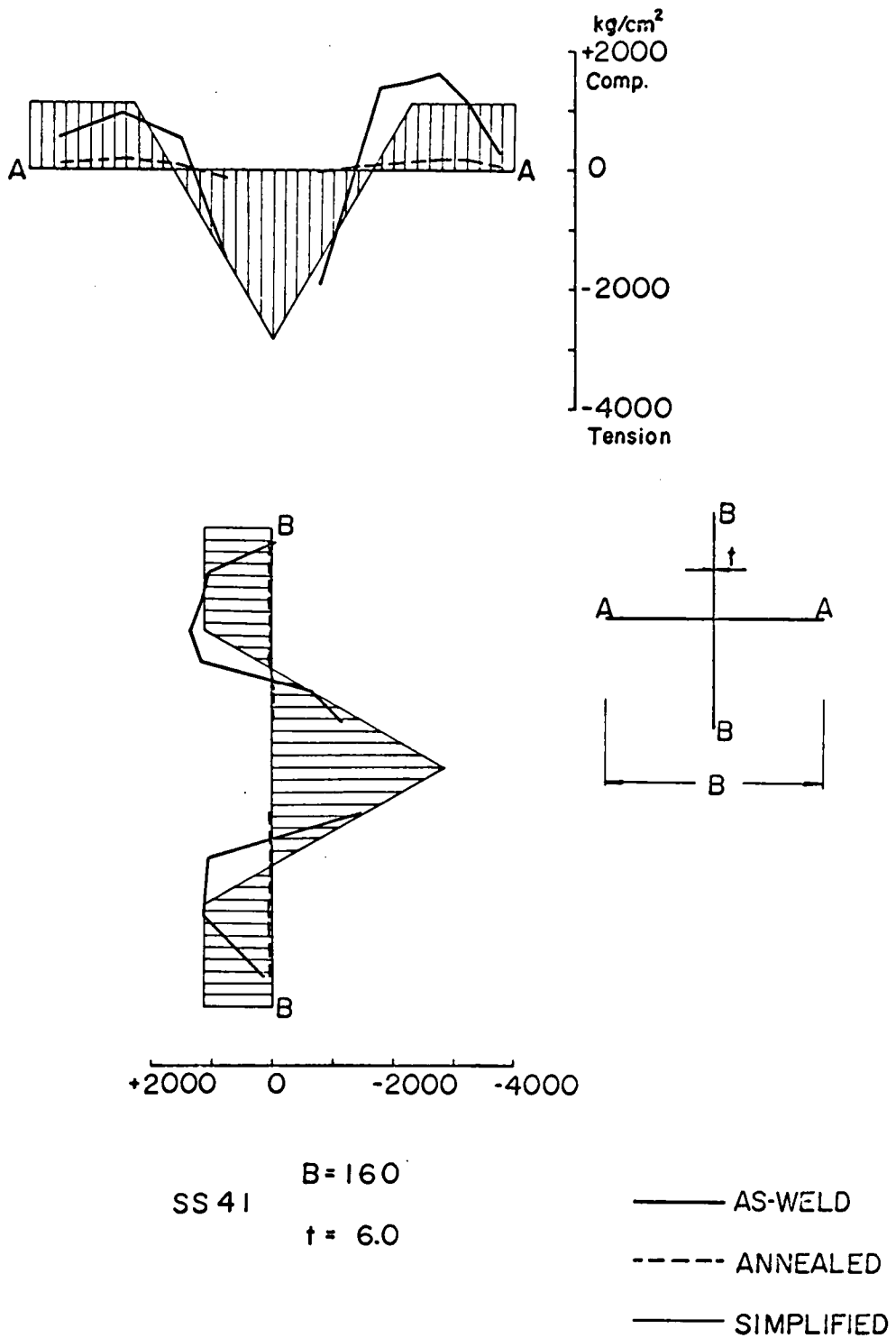


Fig.16 Residual Stress Distributions (HT60W)

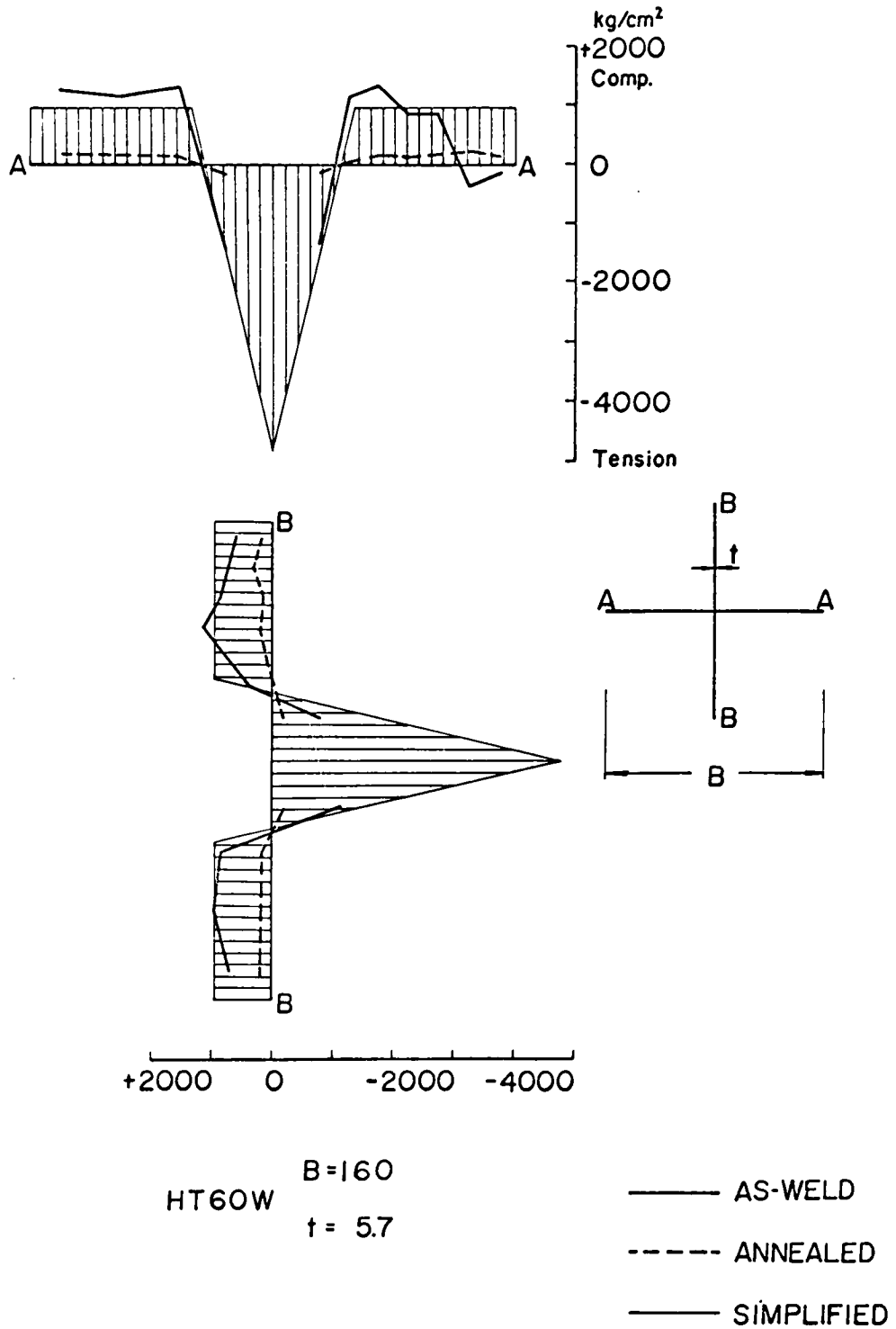


Fig.17 Residual Stress Distributions(HT60Y)

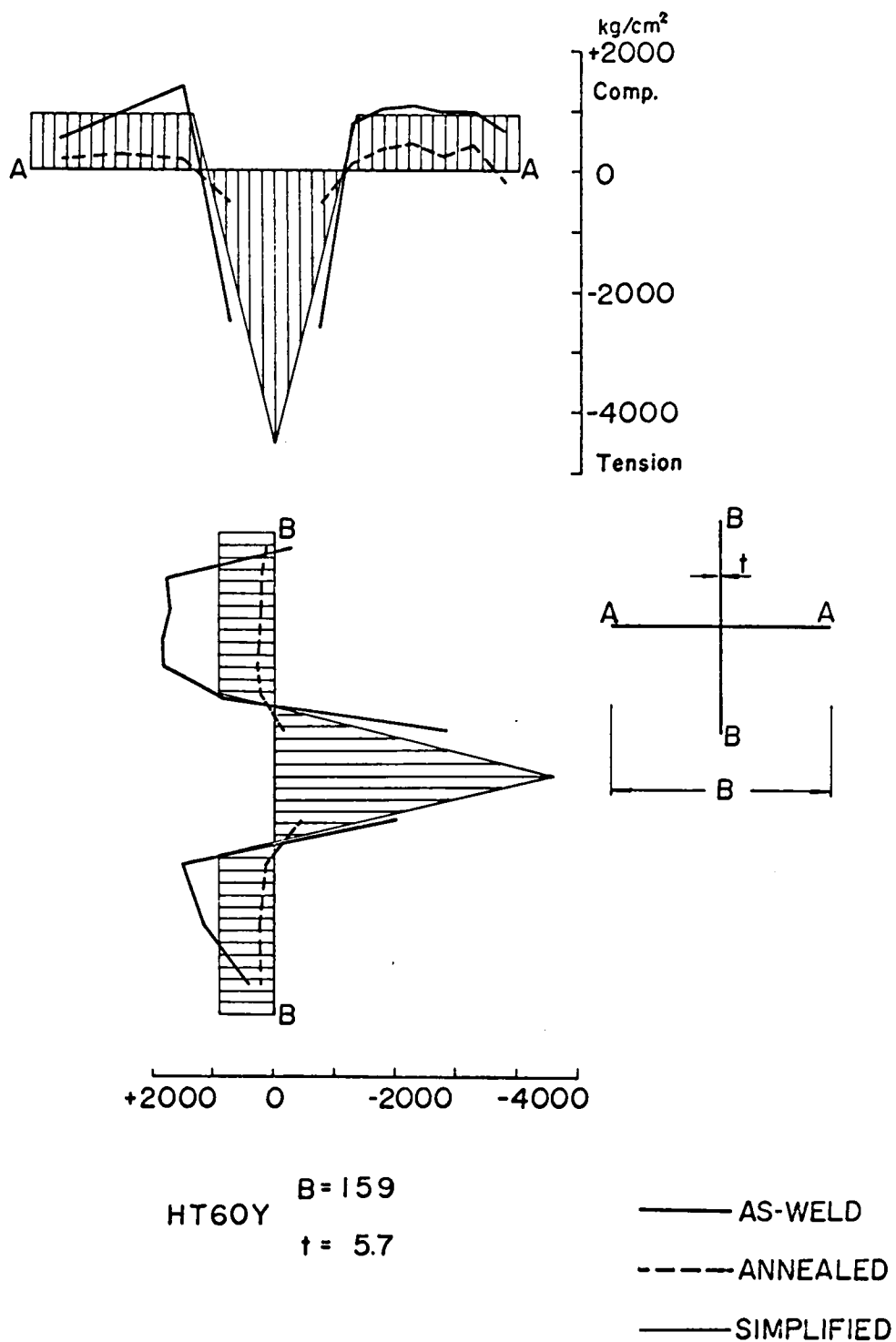


Fig.18 Load-Deformation Relationships

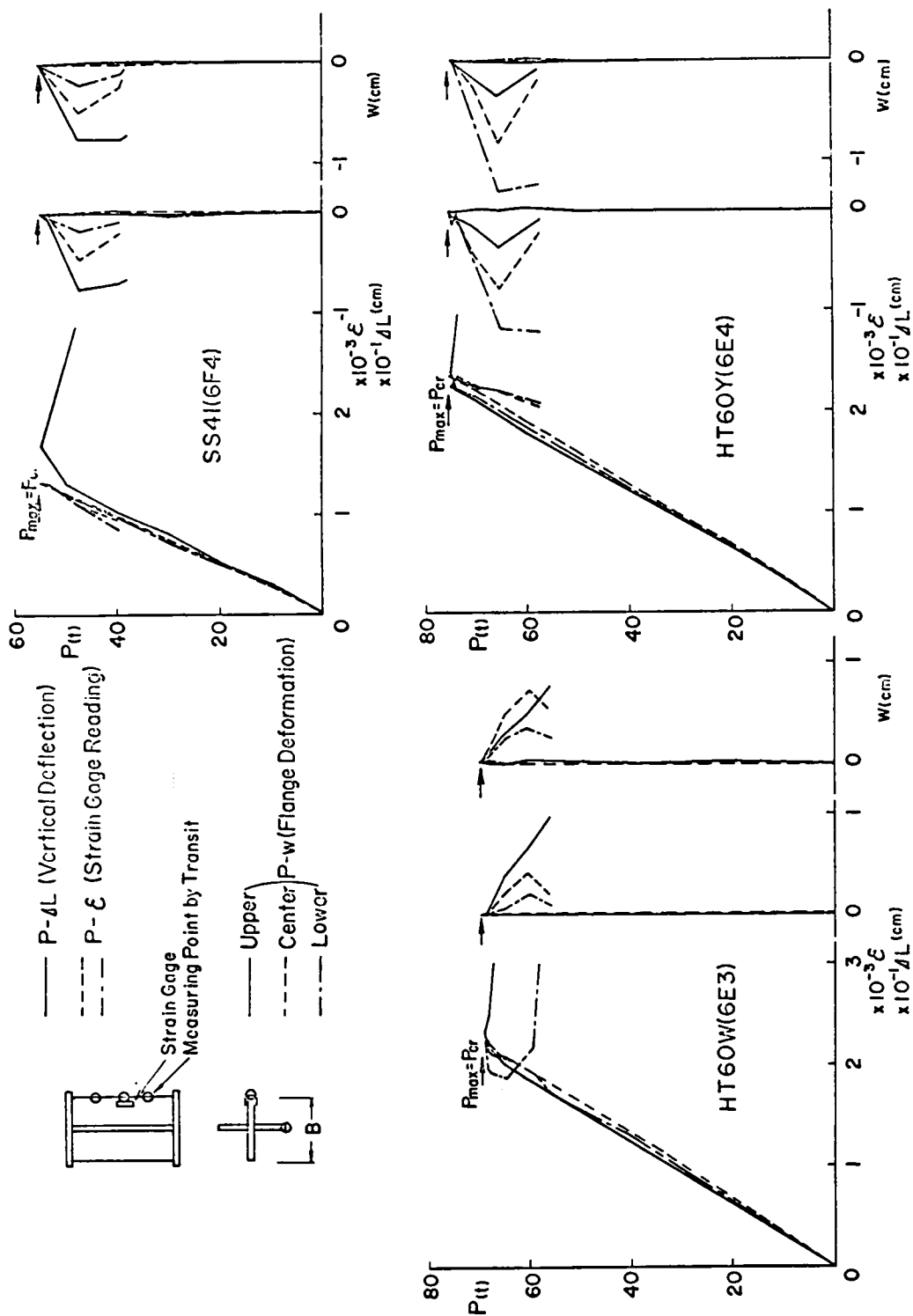
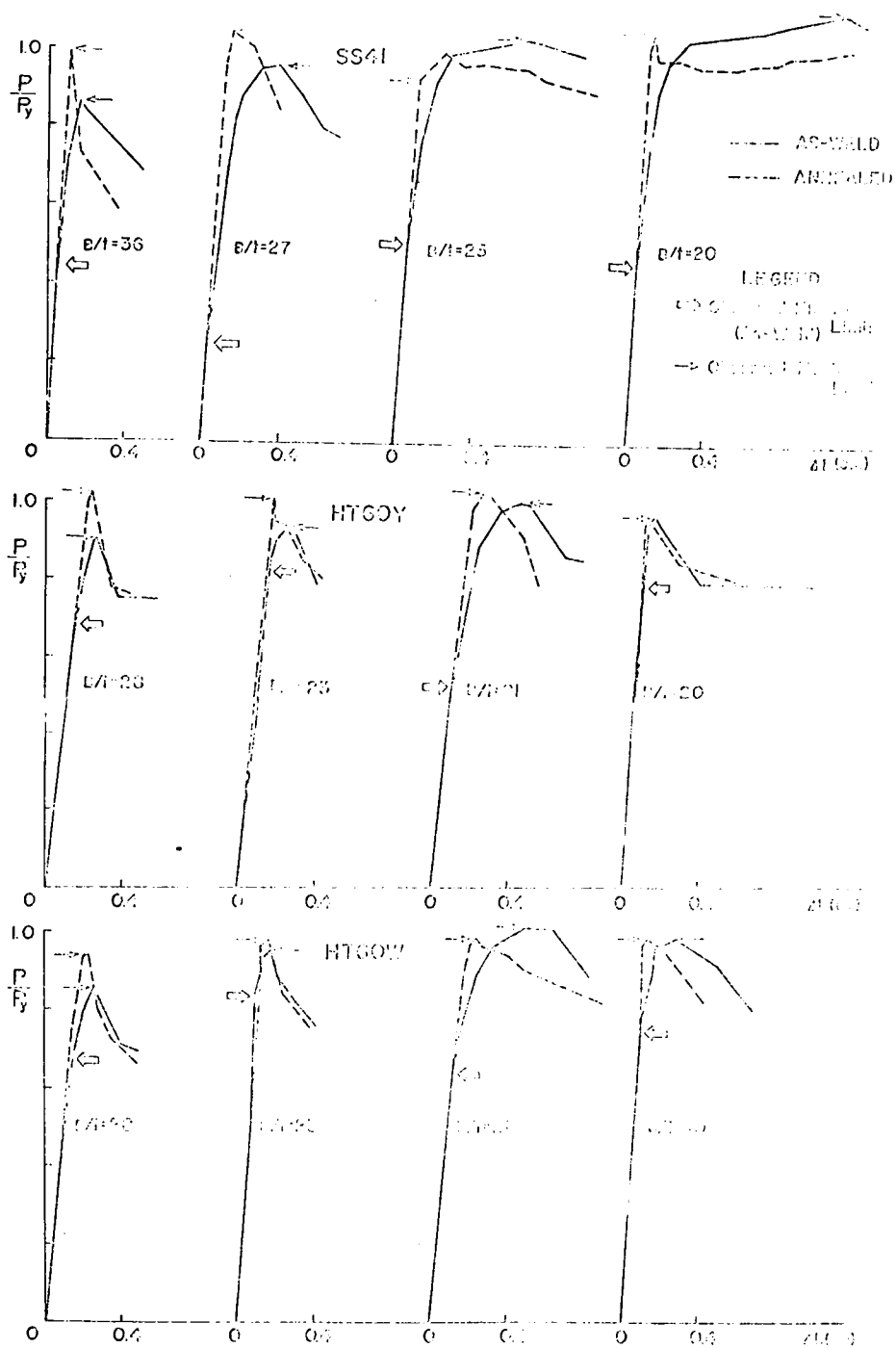


Fig.19 Load-Axial Deformation Curves



太点線は焼なまし柱の実測残留応力分布のようすを示している。3 鋼材とも残留応力除去の目的が十分になされたといえよう。

図にて、ハッチ線で囲まれた応力分布は実測応力分布を理論計算に用いるために単純化したものである。引張残留応力の最大値は各鋼材の引張降伏点応力にとってある。すなわち、 $\beta = 1.0$  を用いている。したがって、実験値との比較検討に用いる数値計算は以下の  $\alpha$  値、 $\beta$  値を使用する。

SS41:  $\alpha = 0.4$ ,  $\beta = 1.0$

HT60W:  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 1.0$

HT60Y:  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 1.0$

#### (b) 座屈実験

荷重－ひずみ曲線，荷重－変位曲線

図－18は荷重－ひずみ曲線 ( $P-\epsilon$ )，荷重－柱軸方向縮み曲線 ( $P-\Delta L$ )，荷重フランジのはらみ出し曲線 ( $P-w$ ) の実験結果の例を示したものである。また，図－19 は溶接柱と焼なまし柱との  $P-\Delta L$  曲線を比較したものである。これらの図からつぎのような事項がわかる。

- 1) 溶接柱では 3 鋼材とも断面に存在する残留応力分布により，弾性限の低下がみられる。SS41 柱は HT60 柱にくらべ，無次元化した縦軸  $P/P_y$  での弾性限は低くなっており，これは残留応力測定による残留圧縮応力比  $\alpha = \sigma_{rc}/\sigma_y$  の値からもうなずかれる。
- 2) 焼なまし柱では弾性域での直線性が良好であり，弾性限は溶接柱にくらべて高くなっている。
- 3) フランジの幅厚比の大小により  $P-\Delta L$  曲線は大きく影響をうけている。 $B/t = 36 \sim 27$  (SS41)， $B/t = 28 \sim 23$  (HT60) では最大荷重通過後，荷重は急速に低下しているが， $B/t$  がさらに小さくなると最大荷重通過後，荷重は急速に低下することなくゆるやかな曲線となっている。

座屈荷重

図－18に示したような  $P-\epsilon$  曲線， $P-\Delta L$  曲線， $P-w$  曲線を各実験柱について図示したのち，これらの曲線から曲線のこう配の急激な変化がみとめられたときに相対する荷重を座屈荷重 ( $P_{cr}$ ) とみなし，また最大荷重 ( $P_{max}$ ) をも同時に読みとった。このようにして求めた  $P_{cr}/P_{max}$  の値は 0.806～1.000 であり，全実験柱を通して

SS41: 0.806～1.000    平均値    0.961

HT60W: 0.881～1.000    "    0.962

HT60Y: 0.834～1.000    "    0.963

となっている。座屈荷重，最大荷重，座屈時のひずみ，座屈波長など実験結果をまとめて表－2 に示す。写真－1 は柱のねじれ座屈の過程の様子を示したものである。

## 4.4 考 察

### (1) 座屈強度の理論と実験との比較

図－20は SS41 鋼材の実験柱によるねじれ座屈強度の実験値と残留応力分布 ( $\alpha = 0.4$ ,  $\beta = 1.0$ )，



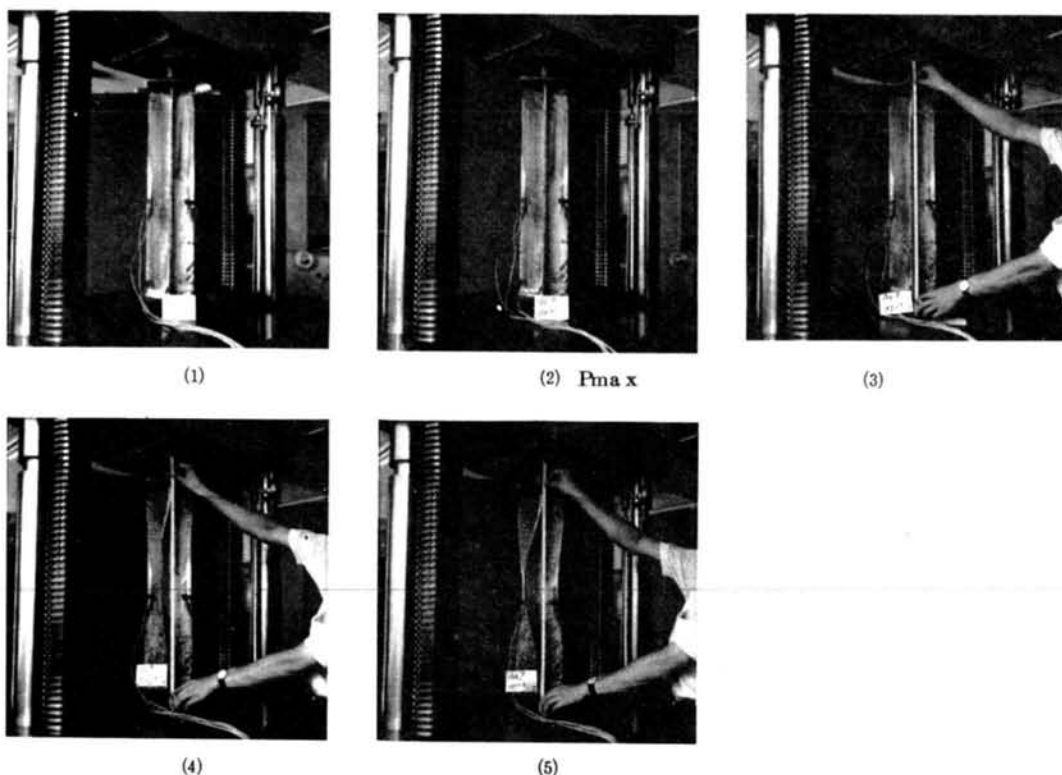


photo1 Torsional Buckling of Cruciform Column(1)~(5)

( $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ) による理論値との比較を示してある。横軸はフランジの幅厚比  $B/t\sqrt{\sigma_y/E}$  をとっている。 $(\alpha = 0.4, \beta = 1.0)$  では  $L/B = 1, 2, 3, 5, 10, 100 (= \infty)$  をパラメーターとして座屈強度曲線が与えてある。弾性域  $\sigma_{cr}/\sigma_y < 0.6$  では、 $L/B$  が座屈強度に与える影響は顕著にみとめられるが、弾塑性域  $\sigma_{cr}/\sigma_y > 0.6$  では、 $L/B$  による影響はほとんどみとめられない。横軸の  $B/t\sqrt{\sigma_y/E} = 0.9 \sim 1.3$  の範囲は溶接による残留応力分布による座屈強度の低下が大きく現われているが、焼なまし柱と溶接柱では実験値からもこの傾向がみとめられる。また、 $B/t\sqrt{\sigma_y/E} = 0.575$  は塑性設計にて規定された  $B/t = 17$  (SS41)<sup>(2)(3)</sup> に対応する値である。

図-21はHT60鋼材について図-20と同じ縦、横軸により、実験値と理論値を比較したものである。残留応力分布に関しては、ここでは( $\alpha = 0.2, \beta = 0$ )、( $\alpha = 0, \beta = 0$ )をとってある。図-20の場合と同様に、弾塑性域  $\sigma_{cr}/\sigma_y > 0.8$  では  $L/B$  の値が座屈強度に与える影響はほとんどみとめられない。また、溶接による残留応力分布による座屈強度の低下は  $B/t\sqrt{\sigma_y/E} = 0.9 \sim 1.3$  の範囲で明らかにみとめられるが、実験値からもほぼ同様な傾向がみとめられる。

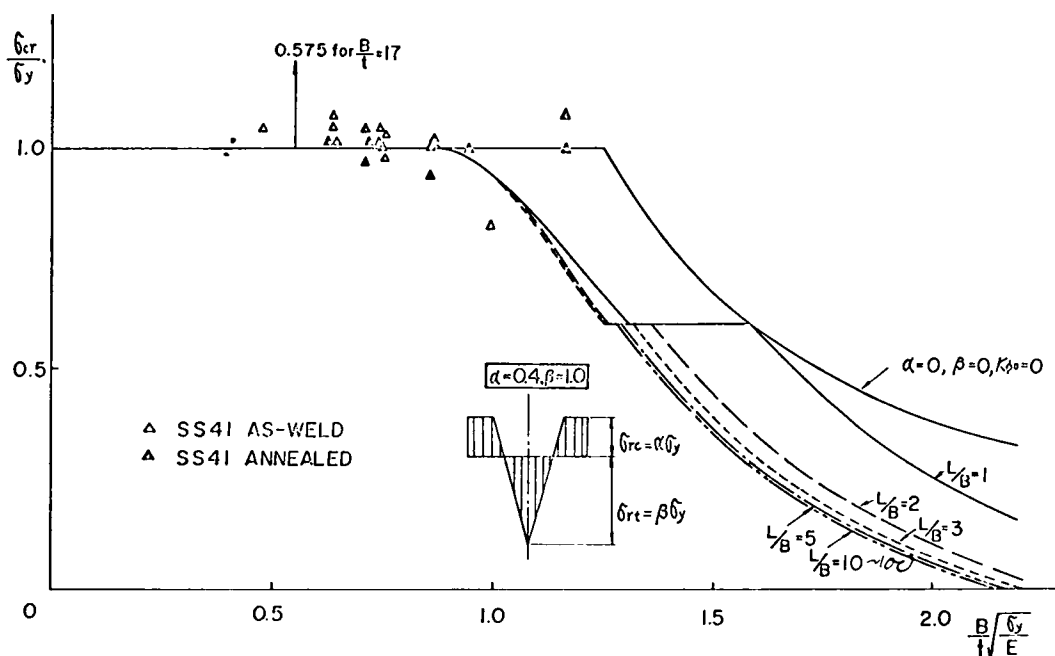
図-22は回転単純支持フランジ( $K_{\phi 0} = 0$ )における( $\alpha = 0.4, \beta = 1.0$ )の場合を示しているため  $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.6$  が弾性限となっており、 $0.6^-$  が弾性座屈、 $0.6^+$  が弾塑性座屈となっている。図から座屈強度が弾性域から弾塑性域で生ずるにしたがって、限界フランジ幅厚比に与える  $L/B$  の影響は目立って小さくなっている。また、表-2の最後列にある  $L_e/B$  は実験柱から得られた座屈変形後の

Table-2 Results of Buckling Tests

Type	$B/t\sqrt{\sigma_y/E}$	$B/2t\sqrt{\sigma_y/G}$	$P_u$	$\sigma_u/\sigma_y$	$\varepsilon_u/\varepsilon_y$	$P_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sigma_y$	$\varepsilon_{cr}/\varepsilon_y$	$L_e/B$	
SS41	4.5H1	1.155	1.019	33.6	0.855	2.060	30.0	0.764	1.481	2.42
	4.5H2	1.155	1.019	35.0	0.891	1.779	30.0	0.764	1.266	1.09
	4.5H3	1.167	1.025	40.0	1.000	1.142	40.0	1.000	1.141	1.02
	4.5H4	1.167	1.025	42.5	1.075	1.264	42.5	1.075	1.264	0.92
	4.5G1	0.857	0.756	29.8	1.000	3.996	28.0	0.940	2.250	1.58
	4.5G2	0.857	0.756	31.6	1.060	3.715	30.0	1.007	2.465	1.00
	4.5G3	0.866	0.760	31.0	1.022	1.176	31.0	1.022	1.176	0.92
	4.5G4	0.866	0.760	30.8	1.016	1.619	30.8	1.016	1.276	1.08
	6F2	0.992	0.813	55.8	1.025	3.917	45.0	0.827	1.530	2.27
	6E1	0.744	0.610	42.7	1.046	3.839	42.7	1.046	2.543	2.25
	6E2*	0.744	0.610	42.5	1.041	4.278	41.0	1.004	2.066	—
	6E3	0.708	0.793	43.0	1.043	1.350	43.0	1.043	1.350	4.65
	6E4	0.708	0.793	40.1	0.972	3.687	40.0	0.970	1.602	3.56
	7C1	0.752	0.656	65.2	1.064	6.201	60.0	0.979	2.613	—
	7C2	0.752	0.656	64.5	1.053	6.582	63.1	1.030	3.072	1.31
	7C3	0.736	0.649	60.0	1.014	1.554	60.0	1.014	1.554	1.52
	7C4	0.736	0.649	60.0	1.014	1.286	60.0	1.014	1.286	2.23
	7B1	0.638	0.556	59.5	1.110	11.337	56.2	1.048	3.521	2.36
	7B2	0.638	0.556	61.5	1.147	11.774	57.6	1.075	3.566	2.04
	7B3	0.624	0.550	52.6	1.016	10.999	52.5	1.014	2.951	1.64
	7B4	0.624	0.550	54.3	1.048	13.157	52.5	1.014	3.007	2.05
	7A1*	0.480	0.418	44.0	1.094	3.072	42.0	1.045	2.366	—
HT60W	6F1	1.324	1.067	77.1	0.884	1.703	74.0	0.848	1.428	1.66
	6F4	1.338	1.153	86.3	0.964	1.371	86.0	0.986	1.120	1.27
	6E1	0.978	0.788	67.6	1.048	3.323	60.0	0.930	1.684	1.44
	6E2	0.933	0.752	66.4	1.030	3.259	61.5	0.954	1.851	1.17
	6E3	1.070	0.862	69.1	1.029	1.304	69.1	1.029	1.304	0.98
	6E4	1.060	0.854	68.5	1.020	1.371	66.0	0.983	1.170	1.69
	7C1	1.087	0.876	107.8	0.984	1.218	95.0	0.867	0.640	1.97
	7C2	1.050	0.822	113.1	1.080	2.128	111.8	1.067	1.883	—
	7C3	1.074	0.855	118.0	1.092	1.546	118.1	1.093	1.546	—
	7C4	1.113	0.897	116.0	1.026	1.197	116.0	1.026	0.800	2.33
	7B2	0.945	0.762	99.6	1.013	1.889	95.0	0.984	1.048	2.36
	7B3	0.967	0.779	100.0	1.004	0.914	95.0	0.953	0.866	2.77
	7B4	0.967	0.779	99.5	0.999	0.854	99.5	0.999	0.854	2.64
	HT60Y	6F2	1.328	1.070	80.5	0.937	1.526	70.0	0.815	1.172
6E1*		0.996	0.792	72.3	1.052	3.134	70.0	1.018	2.324	0.84
6E2		0.998	0.804	72.5	1.055	2.881	71.0	1.033	2.261	0.83
6E3		0.989	0.797	74.0	1.068	1.581	74.0	1.068	1.537	3.92
6E4		0.973	0.784	75.0	1.083	1.536	75.0	1.083	1.536	0.83
6D1*		0.750	0.597	52.1	1.118	2.691	49.0	1.052	1.830	—
6D2*		0.746	0.599	50.0	1.065	2.660	50.0	1.065	1.811	—
7C1		1.105	0.891	112.0	1.000	1.510	106.8	0.954	1.149	2.09
7C3		1.108	0.893	120.6	1.118	1.048	118.0	1.054	1.036	2.33
7B1*		0.962	0.775	102.0	1.046	0.728	100.0	1.025	0.829	1.82
7B3		0.969	0.781	98.5	1.011	0.793	98.2	1.007	0.793	3.43
7A1		0.735	0.588	76.2	1.052	3.996	75.6	1.044	2.250	—

\* Failure by Buckle Bending

Fig.20 Buckling Strength Curves and Test Results (SS41)



柱の有効長 $L_e$ を測定し、フランジ幅との比を示してある。実験後の有効長はそれぞれの実験柱でかなりのひらきがあり、 $L_e/B = 1 \sim 3$ にばらついている。この範囲では図-20, 21, 22からわかるように弾塑性座屈には $L/B$ の与える影響がほとんど無視できるようである。

## (2) 座屈強度とフランジ幅厚比

塑性変形理論を用いたフランジの弾塑性ねじれ座屈において、平均垂直応力 $\sigma_{cr}$ が降伏点応力 $\sigma_y$ に達するまで、座屈が生じないようなフランジ幅厚比( $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1$ )および $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.95$ に相当するフランジ幅厚比は数値計算の結果によれば、表-3のようになる。表は残留応力分布( $\alpha, \beta$ )が鋼材により変えてある。表の二重わく内の数字が各鋼材に対応するフランジ幅厚制限比となっている。鋼道路橋設計示方書のフランジ幅厚比は $\sigma_{cr} = 0.95\sigma_y$ に対応する局部座屈から決められており、Moisseiff<sup>09</sup>の提案した式がもとになっている。表-3にはSS41, SM50鋼材については溶接鋼道路橋示方書<sup>09</sup>, HT60, HT80鋼材については本州四国連絡橋概算設計示方書(鉄道建設公団)に規定されているフランジ幅厚比の値を併記してある。

Fig.21 Buckling Strength Curves and Test Results (HT60)

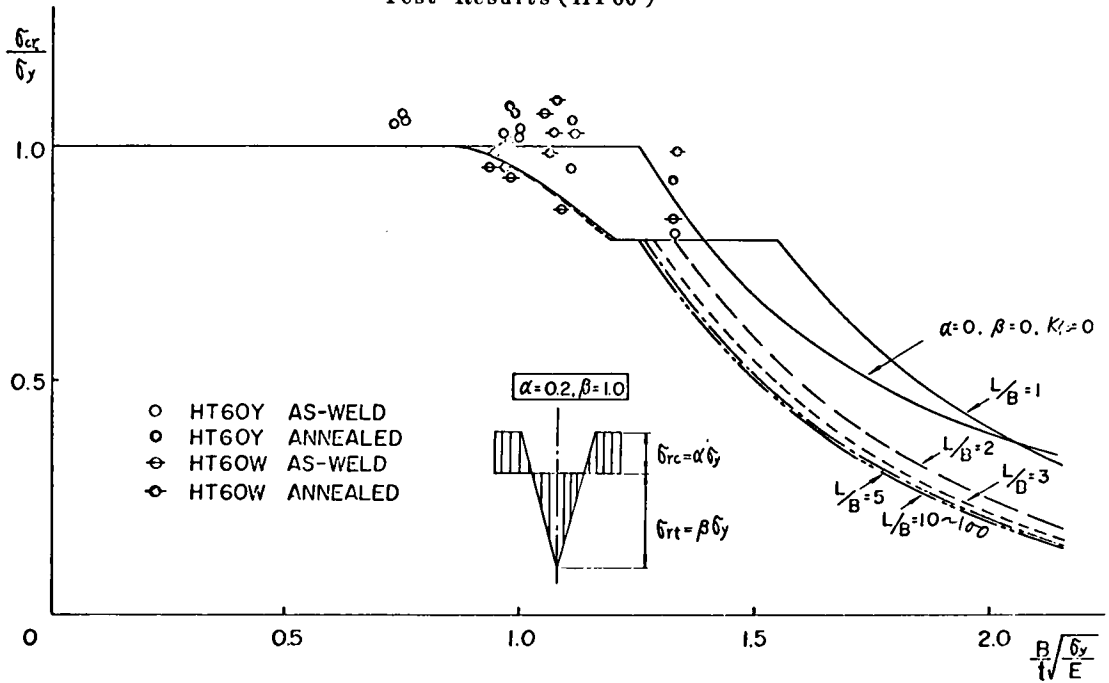


Fig.22 Critical Width-Thickness and Length-Width Ratios

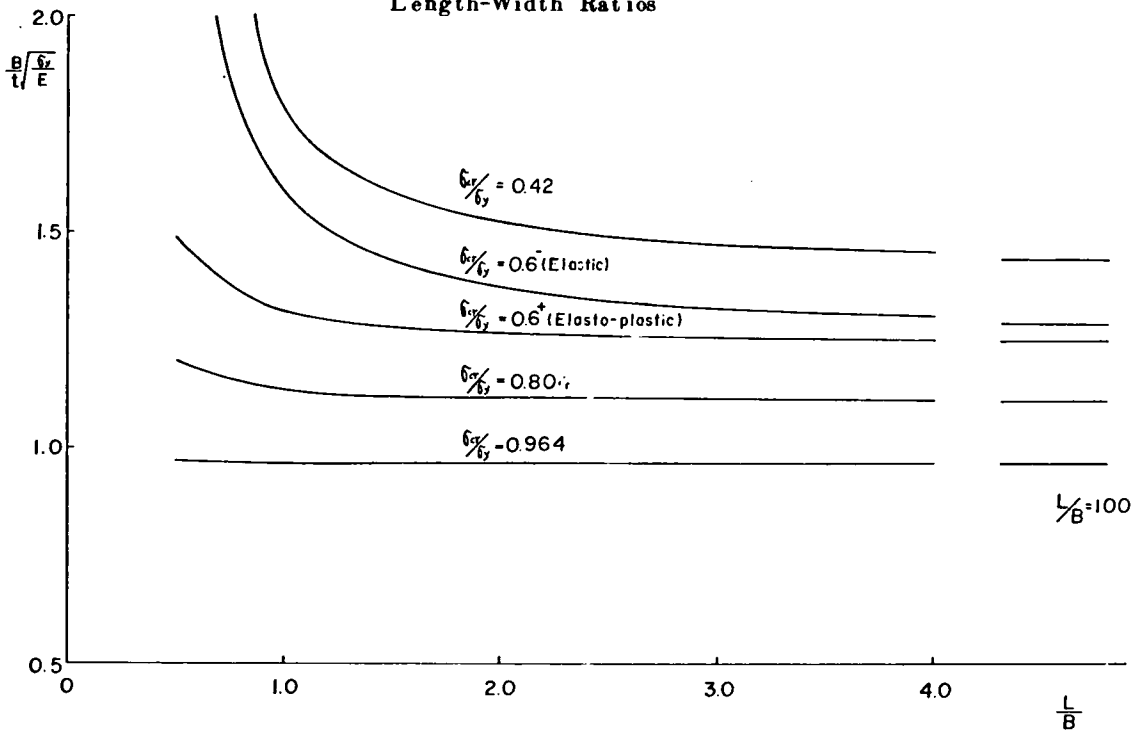


Table-3 Width-Thickness Ratios of Flange Plate

$\alpha$ , $\beta$	$\sigma_{cr}/\sigma_y$	$B/t\sqrt{\sigma_y/E}$	B/t			
			SS41 $\sigma_y=2,400\text{MPa}$	SM50 $\sigma_y=3,200\text{MPa}$	HT60 $\sigma_y=4,600\text{MPa}$	HT80 $\sigma_y=7,000\text{MPa}$
0.2, 1.0 (HT60, HT80)	1.0 0.95	0.834 0.993	24.7 29.4	21.4 25.4	17.8 21.2	14.5 17.2
0.3, 1.0 (SM50)	1.0 0.95	0.841 0.983	24.9 29.1	21.6 25.2	18.0 21.0	14.6 17.0
0.4, 1.0 (SS41)	1.0 0.95	0.845 0.980	25.0 29.0	21.7 25.1	18.1 20.9	14.7 17.0
溶接鋼道路橋示方書 本州・四国連練橋概算設計			24.0	24.0	20.0	16.0

## 4.5 結 論

プレートガーダーの圧縮側フランジの局部座屈について理論的研究を行ない、あわせて実験結果との比較検討を行なった。また、フランジ幅厚制限比について言及した。

本研究から得られた主なる結論はつぎのようである。

- (1) 理論解析ではフランジを腹板との溶接に沿って回転拘束をもつ帯片とみなし、この腹板の溶接線周りのねじれ座屈として取り扱った。解析は溶接による残留応力分布が非弾性ねじれ座屈に与える影響を含んでいる。用いた残留応力分布がフランジの局部座屈強度を著しく低下させることがみとめられる。
- (2) 非弾性域ではフランジの長さLが座屈強度に与える影響は無視することができる。すなわち、フランジの幅厚比と残留応力分布が座屈強度を支配することになる。
- (3) 腹板による回転拘束係数  $K_{\phi_0} = 1/3 (w/t)^3 (B/d_w) \cdot 1/(1-\nu^2)$  がフランジのねじれ座屈に与える影響は通常のプレートガーダー断面寸法では、実用上  $K_{\phi_0} = 0$  とみなすことができる。
- (4) 十字断面柱を用いてのねじれ座屈実験はSS41、高張力60キロ鋼（調質および非調質）の2鋼種に対して行ない、それぞれの場合に単純化した残留応力分布を用いた理論曲線と比較してある。鋼種により残留応力分布  $\alpha$ 、 $\beta$  は次表の値をとるのが適当であろう。

	SS41, SM41	SM50	HT60, HT80
$\alpha$	0.4	0.3	0.2
$\beta$	1.0	1.0	1.0

- (5) ねじれ座屈強度  $\sigma_{cr} = \sigma_y$  および  $\sigma_{cr} = 0.95\sigma_y$  に対応するフランジ幅厚比は次表のような値となる。

	B/t			
	SS41, SM41	SM50	HT60	HT80
$\sigma_{cr} = \sigma_y$	25	21	17	14
$\sigma_{cr} = 0.95 \sigma_y$	29	25	21	17

# 記 号 説 明

A：断 面 図

$A_e$ ：弾性部分の断面積

$A_p$ ：塑性部分の断面積

B：フランジの全幅

b：フランジの半幅

$C_T$ ：単純ねじれ剛性

$C_W$ ：曲げねじれ剛性

D：板の曲げ剛度  $= Et^3 / 12 (1 - \nu^2)$

$d_w$ ：腹 板 高

E：ヤ ン グ 率

$E_s$ ：割線弾性係数

$E_t$ ：接線弾性係数

G：せん断弾性係数

$I_0$ ：断面の極2次モーメント

$I_x, I_y$ ：x軸およびy軸まわりの断面2次モーメント

J：ねじれ定数

k：座 屈 係 数

$K_\phi$ ：回転に対するばね定数

$K_{\phi 0}$ ：回転拘束係数  $= \frac{1}{8} \left( \frac{w}{t} \right)^3 \left( \frac{B}{d_w} \right) \frac{1}{1 - \nu^2}$

L：柱または板のスパン長さ

$L_e$ ：座屈有効長

P：軸方向圧縮力

$P_y$ ：降伏荷重  $= A \sigma_y$

t：板 厚

w：z 方向の変位

$x_p$ ：フランジの弾性部分の半幅

$\alpha$ ：圧縮残留応力比  $\sigma_{rc} / \sigma_y$

$\beta$ : 引張残留応力比  $\sigma_{rt}/\sigma_y$   
 $\epsilon_{cr}$ : 座屈時のひずみ量  
 $\epsilon_y$ : 降伏時のひずみ量  
 $\epsilon_{st}$ : ひずみ硬化時のひずみ量  
 $\sigma_{cr}$ : 座屈応力度  
 $\sigma_p$ : 荷重による応力度  
 $\sigma_{re}, \sigma_{rt}$ : 圧縮および引張残留応力度  
 $\sigma_y$ : 降伏点応力度  
 $\phi$ : ねじれ角

# 参 考 文 献

- (1) Basler, K. and Thurlimann, B.: "Strength of Plate Girders in Bending", Trans. ASCE, Vol. 128, Part II, 1963.
- (2) Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Building, AISC, 1963.
- (3) Haaijer, G.: "Plate Buckling in the Strain-Hardening Range", Trans. ASCE, Vol. 124, 1959.
- (4) 加藤 勉: "面内圧縮をうける板の塑性崩壊について," 日本建築学会論文報告集, 第 107, 1965.
- (5) 田中 尚・高梨晃一: "プラスチックヒンジにおけるウェブ幅, フランジ幅の制限," 日本建築学会論文報告集, 第 96, 99, 107, 133, 136 号
- (6) Lay, M.: "Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes," Proc. ASCE, Vol. 91, ST6, December, 1965.
- (7) 藤田 護・吉田宏一郎: "構造物の塑性設計, その 4, その 7," 造船協会論文集, 第 115 号 (1964), 第 119 号 (1966).
- (8) Ueda, Y.: "Elastic, Elastic-Plastic and Plastic Buckling of Plate with Residual Stresses," Ph. D. Dissertation, Lehigh University, 1962.
- (9) Nishino, F.: "Buckling Strength of Columns and their Component Plates," Ph. D. Dissertation, Lehigh University, 1964.
- (10) Timoshenko and Gere: "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill, New York, 1961.
- (11) Bleich, F.: "Buckling Strength of Metal Structures," McGraw-Hill, New York, 1952.
- (12) Handelman, G.H. and Prager, W.: "Plastic Buckling of a Rectangular Plate under Edge Thrusts," NACA Rep. 946, 1949.
- (13) Onat, E.T. and Drucker, D.C.: "Inelastic Instability and Incremental Theories of Plasticity," Journal of Aeronautical Sciences, March, 1953.
- (14) Bijlaard, P.P.: "Theory of the Plastic Stability of Thin Plates" Publications IABSE, Zurich, Vol. 6, 1940.
- (15) Moisseiff, L.S. and Lienhard, F.: "Theory of Elastic Stability Applied to Structural Design," Trans. ASCE, Vol. 106, 1941.
- (16) Rao, N., Estuar, F. and Tall, L.: "Residual Stresses in Welded Shapes," Welding Journal, Vol. 43, July 1964.
- (17) Odar, E., Nishino, F. and Tall, L.: "Residual-Stresses in Welded Built Up T-1 Shapes," Welding Research Council Bulletin 121, April, 1967.
- (18) 鋼道路橋設計製作示方書解説, 日本道路協会, 1967.
- (19) 溶接鋼道路橋示方書, 日本道路協会, 1964.
- (20) 鋼構造物塑性設計規準 (案), 日本溶接協会, 昭和 42 年 8 月.

# プレストレスト部材 の横ねじれ座屈強度



## 5 プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度

### 5.1 緒 言

曲げ部材にあらかじめ緊張材などにより初期応力分布を与えておくことは、作用荷重面内に部材が変形するような場合には力学的に有利な構造であり、プレストレストコンクリート部材（PC部材）やプレストレスト鋼部材（PS部材）として広く用いられていることは衆知のことである。しかしながら、使用材料の高強度化とあいまって、部材がよりいっそうスレンダーなものになってくると、プレストレス導入時や、架設時、あるいは作用荷重により荷重面外への変形、すなわち、ねじれをともなった横方向変形の危険性が生じてくる。プレストレスト鋼桁での緊張力導入時における桁の横方向座屈、腹板の局部座屈がしばしば観察されている。

偏心圧縮力を受けるような部材ではプレストレスの有利性はみとめられないが、トラス構造のタイロッドにPC部材を用いることは試みられ、比較的空間の必要とされる格納庫や倉庫の屋根トラスの引張材として実用に供せられている。このような比較的細長い部材の重心軸に沿って緊張材を配置し、緊張力を加える場合、緊張力導入時にPC部材は横方向にEuler型曲げ座屈を生ずる。中心軸圧縮PC部材の曲げ座屈については、Magnel<sup>1)</sup>、Wilby<sup>2)</sup>などの研究結果がある。部材両端のみで緊張材と母部材が定着されているときは、緊張力がEuler荷重、 $P_{cr} = \pi^2 EI / l^2$ に達すると、部材は座屈を生じ、また、スパン中央でも定着されているときは、 $P_{cr} = 4\pi^2 EI / l^2$ 、3分点では $P_{cr} = 9\pi^2 EI / l^2$ 、無限点ではもはや座屈現象は生ずることなく、全断面の降伏まで緊張力導入が可能となる。すなわち、プレテンション方式PC部材では座屈崩壊しないことになる。Wilby<sup>2)</sup>は屋根トラスのタイロッドに使用する細長いコンクリート部材に、重心軸上に緊張材をもつPC部材を使用するための理論的、実験的研究を行なっている。両端のみで緊張材と母部材が定着されている部材に緊張力を逐次加えていくと、母部材はEuler座屈荷重で横方向に曲げ変形を生ずるが、この母部材の横方向変形のため、部材のスパン中央部で母部材と真直ぐに張られた緊張材とが接触することになる。この結果、緊張材の引張抵抗により、緊張材と母部材はある変形状態で平衡状態となり、さらにEuler座屈値よりも大きな緊張力を加えることが可能となり、ひいてはタイロッドとしてより細長い部材の使用が可能となるわけである。

偏心緊張材をもつ曲げプレストレスト部材の緊張力導入時または、外力作用下における部材の座屈は、もはや、曲げ座屈ではなく、ねじれをともなう横方向面外座屈（横ねじれ座屈）が生ずる。プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度に関する研究はPodolny<sup>3)</sup>による実験的研究、RC部材のWinter<sup>4)</sup>らの研究があるが、理論的研究は行なわれていないようである。また、中心軸圧縮形PC部材についても、プレテンション方式では材料の降伏により崩壊する前に、ねじれに弱いような断面では、ねじれ座屈により部材が崩壊するが、この可能性については、何んら説明がなされていないようなので本章ではこれらの事柄について解明しようとするものである。

## 5.2 緊張材と部材のねじれ剛度

緊張材により母部材断面に生ずる垂直応力 $\sigma_r$ は式(1)となる。

$$\sigma_r = \frac{\sum P_i}{A} + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} y + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} x \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、母部材では圧縮力を正、緊張材では引張力を正とする。 $P_i$ は  
図-1に示すように、第*i*番目の緊張材に作用する緊張力、 $(x_i, y_i)$ は  
同緊張材の*x*および*y*主軸からの距離を示す。

断面がせん断中心*S*のまわりに角 $\beta$ をもつねじれ変形した場合、ねじり  
にともなう断面にそり(warping)が発生する。垂直応力 $\sigma_r$ によるそ  
り断面上でのせん断中心まわりのねじりモーメント $\Delta M_r$ <sup>5)</sup>は、

$$\Delta M_r = \left( \sigma_r \rho \frac{d\beta}{dz} \right) \cdot dA \cdot \rho$$

ここに、( )内はせん断中心から $\rho$ なる点での垂直応力のそり断面に沿  
っての分応力を示す。

したがって、全断面にわたる付加ねじれモーメント $M_r$ は、

$$M_r = \int \sigma_r \left( \frac{d\beta}{dz} \right) \rho^2 dA - \sum \left( P_i \rho_i \frac{d\beta}{dz} \right) \rho_i \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)の右辺第2項は緊張力 $P_i$ によるそり断面上での付加ねじれモーメントで、全緊張材についての総和  
を示す。式(2)に式(1)の $P_r$ を代入すると、

$$\begin{aligned} M_r &= \left\{ \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i^2 \right\} \frac{d\beta}{dz} \quad \dots\dots\dots (3) \\ &= \bar{C} \frac{d\beta}{dz} \end{aligned}$$

ここに、

$$\bar{C} = \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

いま、図-1のような*y*軸に関する一軸対称断面では、

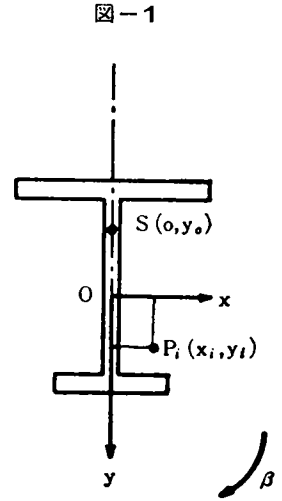
$$\rho^2 = x^2 + (y - y_0)^2$$

2軸対称断面では、せん断中心と重心が一致するため、式(4)は、

$$\bar{C} = \sum P_i (r_x^2 + r_y^2) - \sum P_i (x_i^2 + y_i^2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $r_x = \sqrt{I_x/A}$ 、 $r_y = \sqrt{I_y/A}$

したがって、ねじれに関するつりあい方程式は、



$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - GK_T \frac{d\beta}{dz} = T - M_r$$

よって、

$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - \{ GK_T - \bar{C} \} \frac{d\beta}{dz} - T = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $EI_w$ ：曲げねじれ剛性、 $GK_T$ ：単純ねじれ剛性、 $T$ ：作用集中トルクである。

式(4)にて右边第4項は緊張材が付加トルクに与える項であり、第1～第3項は緊張力により母断面に生じた初期応力分布が付加トルクに与える項である。式(4)から

$$\sum P_i \rho_i^2 = \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA \quad \dots\dots\dots (7)$$

のときは $\bar{C} = 0$ 、すなわち、

$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - GK_T \frac{d\beta}{dz} = T$$

となり、緊張材の配置位置、緊張力、および母断面形状が式(7)を満足するようなとき、プレストレスト部材は初期応力のない通常の部材とねじり性状は何んら変わらない。もし $\bar{C} > 0$ では、見かけのねじれ剛性( $GK_T - \bar{C}$ )の減少を意味する。これは外力として中心軸方向圧縮力が断面に作用したときの、部材のねじれ剛性に与える軸方向力の影響が、

$$\bar{GK}_T = GK_T - \frac{P}{A} \int \rho^2 dA$$

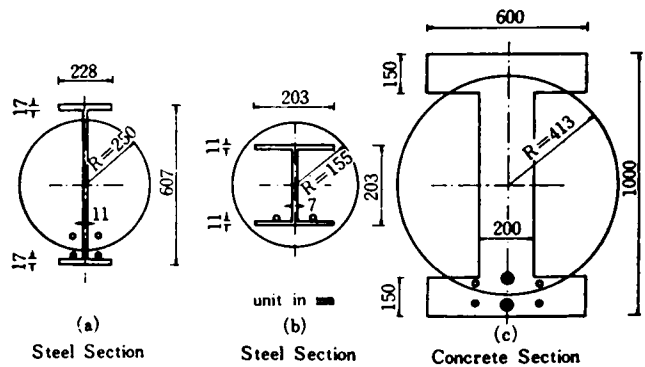
なる見かけのねじれ剛性 $\bar{GK}_T$ として与えられるのと類似している。

いま、2軸対称断面(式(5))にて $\bar{C} = 0$ を満足する緊張材の配置を求めてみる。 $n$ 本の緊張材の張力が等しいとすると、 $nP_i = P$ であるから、式(5)は、

$$\frac{1}{n} (\sum x_i^2 + \sum y_i^2) = r_x^2 + r_y^2 \quad \dots\dots\dots (7)'$$

すなわち、式(7)'の右边は断面形状から求まる値であり、左边は緊張材の本数、位置により求まる値である。式(7)'は半径 $R = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ をもつ限界円とでも名づけられる円によって図示すると断面形状との関係は、図-2のようになる。また図には、 $y$ 軸上に配置された単一緊張材、または、 $y$ 軸に対称に配置された2本の緊張材の配置と限界円の関係が示してある。この図から、緊張材が円内にあるときは(図では○印)、 $\bar{C} > 0$ 、見かけのねじれ剛性は低下し、円外では(●印)、 $\bar{C} < 0$ 、見かけのねじれ剛性は増加し、円周上では、 $\bar{C} = 0$ いくら緊張力を加えても見かけのねじれ剛性は単純ねじれ剛性と同

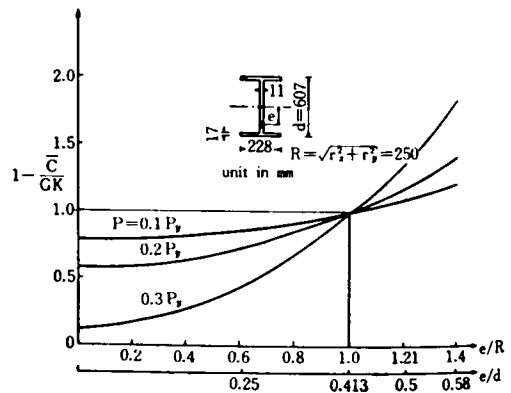
図-2



じである。

ねじれ抵抗が問題になるようなプレストレスト部材では限界円外に緊張材を配置するのが望ましい。また、図-2(b)のように限界円が断面形の外にくるような断面寸法では、緊張力によりねじれ剛性が常に低下する。図-3は、見かけのねじれ剛性の変化率と緊張材の偏心量 ( $e/R$ ,  $e/d$  で無次元化) との関係をも  $P$  をパラメータとして示した。用いた断面は図-2(a)の鋼断面であり、この場合には、 $e/R = 1$  を境いにして見かけのねじれ剛性の増減の度合いがわかる。

図-3



### 5.3 緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈強度

緒言で述べたように、断面がねじれに対して比較的弱い断面では、Euler 型曲げ座屈が生ずることがなくとも全断面が材料の降伏点応力に達する以前に、ねじれ座屈により部材は崩壊するはずである。以下にその可能性について調べてみる。また、緊張材が偏心配置されたときの部材の座屈強度を、(1)緊張材と母部材がスパン長に沿って連続的に接触しており、横方向の変形に対して一体として変位する場合と、(2)緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、横方向変形後も両者は接触しない場合の2通りについて求める。

#### (1) 緊張材と母部材が一体として横方向変形する場合

ねじれ座屈強度は、式(6)の部材のねじれに関するつりあい方程式から、

$$EI_w \frac{d^4 \beta}{dz^4} - (GK_T - \bar{C}) \frac{d^2 \beta}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

を境界条件、

$$\beta = \frac{d^2 \beta}{dz^2} = 0, \quad z = 0, \quad z = 1$$

を用いて解くことにより、固有値問題として求められる。ここに、 $\frac{d^2 \beta}{dz^2} = 0$  は部材の両端でそり (warping) を拘束しないことを意味する。すなわち、

$$\bar{C} = \frac{\pi^2}{l^2} EI_w + GK_T \quad \dots\dots\dots (9)$$

一方、 $\bar{C}$  は式(4)より、

$$\bar{C} = \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i^2 \quad \dots\dots\dots (4)'$$

であるから、式(9)および(4)'よりねじれ座屈緊張力  $P_{cr} = \sum P_i$  が求まる。

いま、2軸対称断面で単一緊張材をもつ部材(図-4)では導入力により生ずるねじれ座屈強度は式(10)ようになる。

$$P_{cr} = \left( \frac{\pi^2}{l^2} EI_w + GK_T \right) / (r_x^2 + r_y^2 - e^2) \dots\dots\dots (10)$$

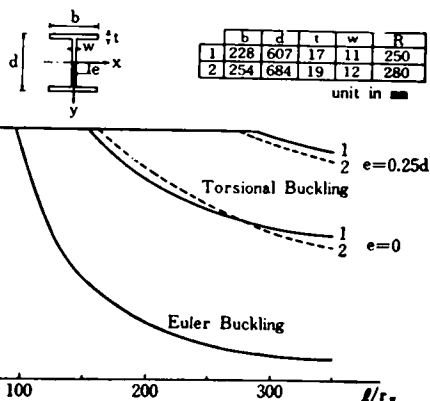
図-4は2つの鋼I形断面に対する式(10)

図-4

の計算結果を示したもので、 $e = 0$ 、

$e = 0.25d$ の2通りの偏心量を与えた。

縦軸に $P_{cr}$ の無次元量( $P_y = A \cdot \sigma_y$ :母断面の降伏荷重 $\sigma_y = 2,300$  ㎏/㎠)、横軸に $y$ 軸に関する細長比をとっている。 $e = 0$ では $l/r_y > 150$ の領域では、部材は全断面降伏以前にねじれ座屈の危険性がある。



- (2) 緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、他の部分では変形後も両者は接触しない場合

緊張材と母部材が部材両端のみで定着支持され、中間部では両者の横方向相対移動が自由であるような部材では、緊張力導入時において横方向ねじれをともなった座屈変形を生ずる。緊張力と座屈変形の関係は、まず座屈緊張力により母部材は荷重の作用面外にはらみだし可能な状態となり、緊張力のわずかな増加でもって、母部材は横方向へ急速に変形するが、真直ぐな緊張材とこの変形した母部材がスパン中央部で接触する。接触後、緊張材の引張抵抗により母部材の横方向変位がある程度妨げられ、ふたたび部材は安定した平衡状態にはいる。すなわち、接触後の後座屈強度が期待できることになる。しかしながら、作用荷重に対して部材をより有利な状態においておくため、ここでは母部材の横方向への最初の変位をもって、部材の緊張力導入時の座屈強度=部材の最終強度とみなす。

緊張材と母部材間の拘束の度合いは通常のプレストレスト部材では前節と本節で述べている拘束度合の中間的なものであり、前者が上限座屈強度を、後者が下限座屈強度を示している。

微小横ねじれ変形部材の平衡方程式は、 $x$ 方向の母部材の曲げに関しては(図-5参照)、

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + pu - P(e - y_0)\beta = 0 \dots\dots\dots (11)$$

せん断中心まわりのねじれに関しては、

$$EI_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} \left[ GK_T - \int \sigma \rho^2 dA \right] \frac{d\beta}{dz} - P(e - y_0) \frac{du}{dz} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $P = \sum P_i$ 、 $e$  = 合力  $P$  の偏心量

式(11)、(12)の連立微分方程式を部材両端で、

$$u = 0, \quad \beta = \beta'' = 0$$

なる境界条件のもとに解くと、横ねじれ座屈強度

$P_{or}$  は式(13)から求められる。

$$\left[ P - \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \right] \left[ \int \sigma \rho^2 dA - GK_T - \frac{\pi^2 EI_w}{l^2} \right] - P^2 (e - y_0)^2 = 0 \quad (13)$$

ここに、

$$\int \sigma \rho^2 dA = \frac{P}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA \quad (4)''$$

式(13)は偏心圧縮力  $P$  が作用した初期応力分布のない通常の部材の横ねじれ座屈強度を求める式と同じである。2軸対称断面では、式(13)は、

$$[P - P_Y][P - P_T](r_x^2 + r_y^2) - (Pe)^2 = 0 \quad (13)'$$

ここに、

$$P_Y = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}, \quad P_T = \frac{GK_T + \frac{\pi^2 EI_w}{l^2}}{r_x^2 + r_y^2}$$

いま、 $e = 0$  すなわち、母部材（2軸対称断面）の重心軸に沿って緊張材が配置されているときの緊張力による座屈強度は、 $P = P_Y$  または、 $P = P_T$

通常の I 形断面では  $P_Y < P_T$  であるため、部材は  $y$  軸まわりの Euler 座屈強度により支配される。

$P = P_T$  は式(10)の  $e = 0$  のときと同一式であり、部材がねじれ座屈により崩壊する場合は緊張材と母部材間の拘束条件はその座屈強度に影響を与えない

ことになる。

$e$  なる偏心量をもつ緊張材があるときの部材の導入時の横ねじれ座屈強度は式(13')により求められるが、図-6には前節 3.(1)で求めたねじれ座屈強度（ $e = 0$ 、点線）と横ねじれ座屈強度（式(13')で求めた値とが比較してある。 $e = 0$  の実線は図-4の Euler 座屈曲線と一致する。

図-5

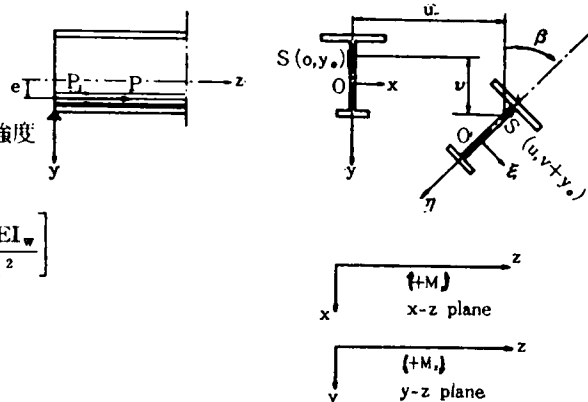
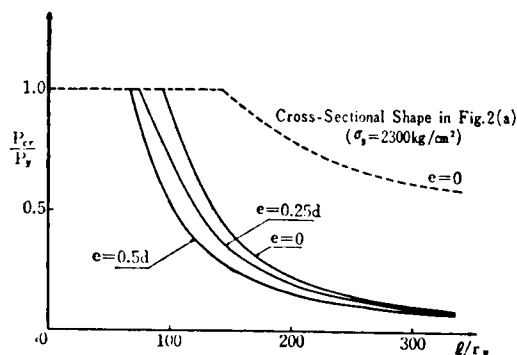


図-6



#### 5.4 曲げによるプレストレスト部材の横ねじれ座屈強度

あらかじめ緊張力により初期応力を受けている部材に純曲げモーメントが作用したときの部材の荷重面外への変形荷重（横ねじれ座屈強度）を求める。前節であつかったと同様に、緊張材と母部材の拘束条件により2通りに分けて考察を進める。

図-7に示すように、緊張材の合力 $P$ の作用点が $e$ の偏心位置にあるとすると、この部材に曲げモーメントが作用したとき、緊張力の増分 $\Delta P$ は部材の曲げ変形から求められる不静定量であり、部材は内的一次不静定構造となる。純曲げモーメント $M_0$ による緊張力の増分 $\Delta P$ は仮想変位の原理を用いてつぎのようになる。

$$\Delta P = M_0 e / \left( e^2 + r_x^2 + \frac{I_x E}{A_s E_s} \right) \quad (14)$$

ここに、 $E_s$ 、 $A_s$ は緊張材のヤング率、断面積である。したがって、 $M_0$ が作用したときの全緊張力 $\bar{P}$ は初期緊張力 $P$ と $M_0$ による増分 $\Delta P$ との和、 $\bar{P} = P + \Delta P$ にて与えられる。図-8は $M_0$ による緊張力の増分 $\Delta P$ を式(14)から求め、無次元表示したものである。図-2(a)の鋼断面形を用い、母材断面積と緊張材断面積比 $A/A_s$ 、偏心量 $e/d$ をパラメータとした。また $E = E_s$ とした。

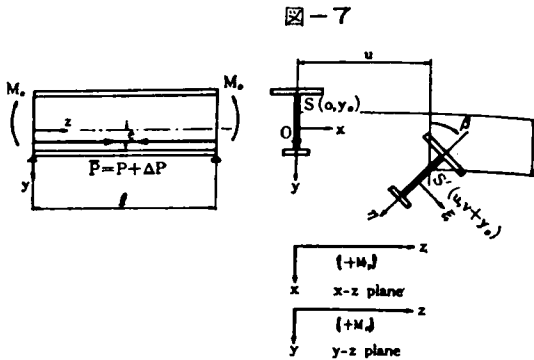


図-7

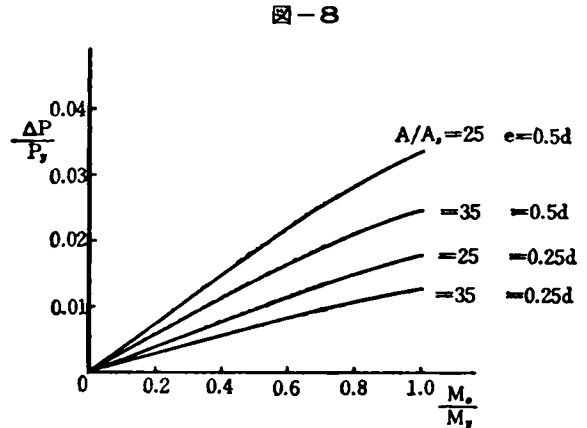


図-8

##### (1) 緊張材と母部材が一体として横方向変形する場合

図-7に示した座標系およびモーメントの正の方向を用い、部材の微小変形後の平衡条件式はつぎのようになる。緊張材と母部材とが一体となって変形するから、

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + M_0 \beta = 0$$

$$EI_y \frac{d^3 \beta}{dz^3} - \left\{ GK_T - \bar{C} - \int_M \sigma \rho^2 dA \right\} \frac{d\beta}{dz} + M_0 \frac{du}{dz} = 0 \quad (15)$$

ここに、 $(GK_T - \bar{C})$ は前節(2)で求めた緊張材による断面のねじれ剛性の見かけの変化をさしており、 $\bar{C}$ は式(4)にて右边第3項が0として与えられる。また、 $P$ の代りに $M_0$ による増分 $\Delta P$ を加えた

$\bar{P}$ を用いる。 $\int_M \sigma \rho^2 dA$ は曲げモーメント  $M_0$  による断面の垂直応力による付加ねじれモーメントである。すなわち、

$$\int_M \sigma \rho^2 dA = \frac{M_0}{I_x} \int y \rho^2 dA$$

式09の連立微分方程式、および部材両端単純支持の境界条件から、プレストレスト部材に純曲げが作用したときの横ねじれ座屈強度  $M_{ocr}$  は次式のようにになる。

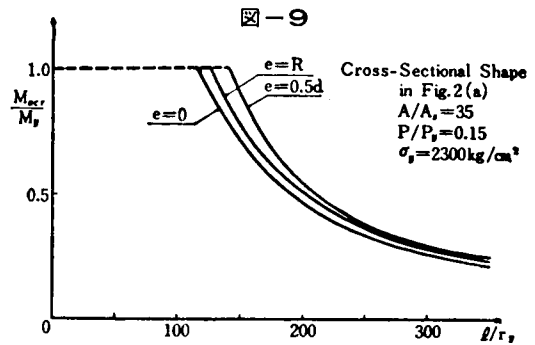
$$M_{ocr}^2 = \frac{\pi^2}{l^2} EI_y \left[ GK_T - \bar{C} - \frac{M_{ocr}}{I_x} \int y \rho^2 dA \right] \times 1 + \frac{EI_w \pi^2}{l^2 (GK_T - \bar{C} - \frac{M_{ocr}}{I_x} \int y \rho^2 dA)} \quad \dots\dots (16)$$

2軸対称断面では  $\int y \rho^2 dA = 0$  となるから、

$$M_{ocr}^2 = \frac{\pi^2}{l^2} EI_y (GK_T - \bar{C}) \left[ 1 + \frac{EI_w \pi^2}{l^2 (GK_T - \bar{C})} \right] \dots\dots\dots (17)$$

緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈強度は式00で与えられるが、式00は式07にて  $M_0 = 0$  とおいたときの  $P_{cr}$  の式と一致する。

図-9は図-2(a)の鋼H形断面部材が単一緊張材をもつ場合の座屈強度と部材の細長比曲線を初期緊張力、偏心量、母材と緊張材の断面積比をパラメータとして求めたものである。図中  $e = R$  に相当する強度曲線は初期応力のない通常の部材の座屈強度と同じであり、 $e > R$  では緊張材の引張抵抗により部材の強度は高くなっており、 $e < R$  では緊張材による母材の圧縮応力により部材の強度は低下していることがわかる。なお、座屈強度（縦軸）降伏モーメント、 $M_y = \sigma_y \cdot W$  により無次元化してある。弾性座屈限界値は母材の初期圧縮応力により  $M_{ocr}/M_y = 1$  より低い値で非弾性座屈域に入るが、ここでは、弾性限界値については触れないことにする。



(2) 緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、他の部分では変形後も両者は接触しない場合

図-7に示した座標系およびモーメントの正の方向を用い、母部材の微小変形後の横方向およびねじれに関する平衡条件式はそれぞれ式08、09のようにになる。ここでは、緊張材は母部材変形後も何んら横方向へ変位することなく、元のままの位置を保つものとする。変形後の母部材の平衡条件式では、緊張材により母断面に作用する力は、母部材に偏心圧縮力が作用している力学系と同一とみなしうる。

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + \bar{P} u - \{ \bar{P} (e - y_0) - M_0 \} \beta = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$EI_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} - \left[ GK_T - \int_P \sigma_r \rho^2 dA - \int_M \sigma \rho^2 dA \right] \frac{d\beta}{dz} - \{ \bar{P} (e - y_0) - M_0 \} \frac{du}{dz} = 0 \quad \dots\dots (19)$$

ここに、 $\int_P \sigma_r \rho^2 dA$  は緊張力により母部材に生ずる  $\sigma$  による付加ねじれモーメントの項、 $\int_M \sigma \rho^2 dA$



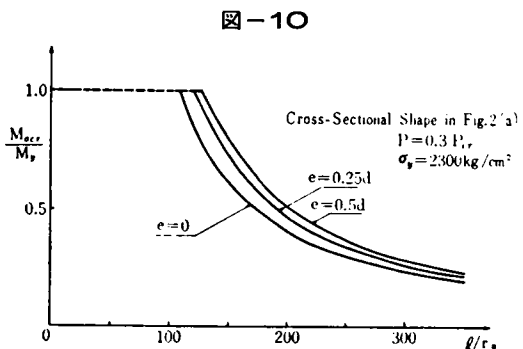
は曲げモーメント  $M_0$  による項である。

式(8), (9)の連立微分方程式から、部材両端単純支持 ( $u = u'' = 0, \beta = \beta'' = 0$ ) の条件を用いて解くと、

$$\left[ \bar{P} - EI_y \frac{\pi^2}{l^2} \right] \times \left[ \int_P \sigma_r \rho^2 dA + \int_M \sigma \rho^2 dA - GK_T - EI_w \frac{\pi^2}{l^2} \right] - \left[ \bar{P} (e - y_0) - M_0 \right]^2 = 0 \quad (20)$$

式(20)は部材両端のみで緊張材と母部材が定着されているようなプレストレスト部材に純曲げモーメントが作用したときの横ねじれ座屈強度  $M_{0cr}$  を与える式である。緊張力のみによる部材の横ねじれ座屈強度  $P_{cr}$  は式(13)から求められるが、式(20)にて  $M_0 = 0$  とおいたときの  $P_{cr}$  を求める式と一致する。

図-10は図-2(a)に示す鋼H形断面部材が単一緊張材をもつ場合について、式(20)から求めた  $M_{0cr}$  と部材の細長比との関係を図示したものである。これらの曲線は緊張力  $\bar{P}$  として、緊張力導入時に生ずる横ねじれ座屈強度の  $P_{cr}$  の30%の力が導入されているような状態にあるプレストレスト部材の曲げによる座屈強度曲線を示している。



## 5.5 考察および結論

緊張材によりプレストレスされた部材の座屈強度を、(1)緊張力導入時の座屈強度と、(2)緊張力導入後の部材の曲げによる座屈強度に分けて求め、座屈強度と緊張力の大きさ、緊張材の配置位置、母部材と緊張材との断面積比、部材の細長比との関係を明らかにした。

緊張材と母部材との拘束状態は、(1)部材両端のみで両者が定着され、その他の部分では、座屈変形時には何んら接触がない場合と、(2)部材長に沿って両者が密接しており、両者が一体となって横ねじれ変形を起こす場合の2通りについて調べ、それらの拘束の相違が部材の座屈強度に与える影響を明らかにした。

得られた主なる結論はつぎのようである。

- (1) 緊張力の導入による見かけのねじれ剛性の変化は図-2に2,3の断面について示したように、緊張材が限界円 ( $R = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ ) 内に配置されるときは、見かけのねじれ剛性は St. Venant のねじれ剛性、 $GK_T$  よりも低下し、緊張材が限界円外に配置されるときは  $GK_T$  よりも増加する。もし、緊張材が限界円上に配置されているときは、緊張力の大きさに関係なく見かけのねじれ剛性は  $GK_T$  と同一値をとる。また、見かけのねじれ剛性の増減の割合の一例は図-3に示してある。
- (2) 中心軸圧縮PC部材でプレテンション方式による緊張力導入では、Euler型曲げ座屈は生じないが、全断面降伏荷重に達する前に、ねじれ座屈により部材が崩壊する場合がある。ねじれに弱い断面形状

では特に考慮する必要がある。

- (3) 横ねじれ座屈強度は通常、部材断面のねじれ剛性により顕著に左右される。プレストレスト部材では緊張力や母部材の初期応力分布が見かけのねじれ剛性の増減をもたらすが、この見かけのねじれ剛性の変化により、横ねじれ座屈強度は影響を受ける。この影響の程度は部材の断面形状によりかなりの開きがあり、定量的なことはここではいいえないが、2,3の鋼H形断面について、導入時における座屈強度を図-4、図-6、また、導入後の外力曲げモーメントによる座屈強度を図-9、図-10に示した。いずれの図からも、通常の部材とプレストレスト部材との座屈に対する安定性には差がみとめられる。すなわち、緊張材の偏心量によりプレストレスト部材は通常の部材よりも座屈強度が低下する場合があります。緊張力の大きさによりその程度はますます大きくなる。このため緊張材をもつ部材ではこの緊張材の影響を考慮した座屈安定性の検討が必要とされる。

#### 記 号

$A$ = 母部材の横断面積	$A_s$ = 緊張材の全断面積
$b$ = I 形断面のフランジ幅	$d$ = I 形断面のけた高
$E$ = 母部材のヤング率	$E_s$ = 緊張材のヤング率
$e$ = 緊張力の合力作用点の偏心量	
$G$ = 母部材のせん断弾性係数	
$I_x, I_y$ = $x$ 軸および $y$ 軸に関する断面 2 次モーメント	
$I_w$ = 曲げねじれ定数	
$K_T$ = St. Venant のねじれ定数	
$l$ = 部材のスパン長	
$M_0$ = 部材両端に作る等曲げモーメント	
$M_{0cr}$ = 座屈に対する限界等曲げモーメント	
$M_r$ = 垂直応力による付加ねじれモーメント	
$M_y$ = 初期応力を含まない部材の降伏曲げモーメント ( $M_y = \sigma_y \cdot W$ )	
$n$ = 緊張材の本数	$0$ = 母部材断面の重心点
$P$ = 緊張力の合力	
$\Delta P$ = 曲げモーメントによる緊張力の増分	
$P_{or}$ = 緊張力導入時の座屈限界緊張力	
$P_i$ = 緊張材一本の張力	
$P_y$ = 母部材断面の全面降伏荷重 ( $P_y = A \cdot \sigma_y$ )	
$P_Y$ = 母部材の Euler 座屈荷重	
$P_T$ = 母部材のねじり座屈荷重	
$\bar{P} = P + \Delta P$	

$S$  = 母部材断面のせん断中心点

$T$  = 集中作用トルク

$t$  = I 形断面のフランジ板厚

$u, v$  = せん断中心の  $x, y$  軸方向の変位量

$w$  = I 形断面のウェブ板厚

$x_i, y_i$  = 緊張材の母部材断面の重心点よりの座標

$x, y, z$  = 部材の重心軸を通る直角座標系

$\beta$  = 部材のねじり角

$\xi, \eta, \zeta$  = 微小変形後の断面の直角座標系

$\rho$  = せん断中心から断面上の各点までの距離

$\sigma$  = 母部材断面に生ずる垂直応力

#### 参 考 文 献

- (1) Magnel, G.: "Prestressed Concrete", Concrete Publications Ltd., London, 1948
- (2) Wilby, C.B.: "Elastic Stability of Post-tensioned Prestressed Concrete Members" Edward Arnold Ltd., London, 1964
- (3) Podolny, W., Scalzi, J.B.: "Lateral Stability of Prestressed Concrete Girder", ACI, Proc. Vol. 58, No. 2, Sept. 1961 and Discussions by Libby, J.R. and Siev, A., ACI, Proc. Vol. 59, No. 3, March 1962
- (4) Hansel, W., Winter, G.: "Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", ACI, Proc. Vol. 56, No. 3, Sept. 1959
- (5) Goodier, J.N.: "Torsional and Flexural Buckling of Bars of Thin-walled Open Section under Compressive and Bending Loads", Journal of Applied Mechanics, Vol. 9, 1942
- (6) Leonhardt, F.: "Spannbeton fur Die Praxis", Wilhelm Ernst and Sohn, Berlin 1962, pp. 524-526
- (7) Vlasov, V. Z.: "Thin-Walled Elastic Beams", Office of Technical Services, U.S. Department of Commerce, Washington 25, D.C. 1961, pp. 343-352.

結

言

## 6 結 言

本論文は鋼構造部材の非弾性座屈強度に関連して行なった研究をまとめたものである。第1章の序論において、各章であつかわれている研究内容について概説がなされているが、本研究で得られた主なる結論について、各章ごとに以下にのべる。

第2章では、軸方向力と曲げをうける部材の横ねじれ座屈安定を取扱ったが、まず、一軸対称断面部材の横ねじれ座屈に関する基礎微分方程式をみちびいた。非弾性座屈に関する基礎式は、弾性座屈の基礎式と本質的には同形であり、断面にひろがる降伏域の分布、断面に含まれる残留応力分布に関しては、基礎式に含まれる各種部材剛度を修正することにより、これの効果を含ませることができる。部材のたわみにより付加的に生ずる曲げモーメントの影響を考慮し、部材に沿ってひろがる降伏域の分布状態を解析にとり入れ、また、部材に生ずる残留応力分布が座屈強度に与える影響を明らかにした。残留応力の存在により、非弾性域における横ねじれ座屈が大きく低下することが明らかになった。軸方向力と部材の一端にのみ曲げをうける場合と、部材の両端に等曲げをうける場合の横ねじれ座屈強度と荷重の作用面内での過度の塑性変形により崩壊する部材の塑性耐力との比較を行なった。

また、設計基本式への提案として、非弾性域にて、弾性計算によって求まる理想弾性座屈強度を非弾性強度まで低減する、いわゆる、中心軸圧縮座屈の場合のCRC方法を横ねじれ座屈強度の場合に適用した場合の妥当性について検討した。

過去に行なわれた実験結果から、等曲げの場合の60本の供試体と一端曲げの場合の18本の供試体による実験結果をもとに、統計的処理をおこない、本章で求めた理論解、設計基本式との比較を行なった。

第3章では、はり、プレートガーダーの曲げによる横倒れ座屈強度の理論的、ならびに、実験的研究を行なったものである。一軸対称I形断面部材の非弾性座屈強度と残留応力の分布形状との関係について理論的に明らかにし、残留応力分布による横倒れ座屈強度の低下の様子を明らかにした。また、プレートガーダーのように曲げによる腹板の座屈が先行する場合の、腹板の座屈強度とけたの非弾性横倒れ座屈強度との比較を行ない、両者の関連性の少ないことが明らかになった。また、横倒れをとともうけたの耐力に関する実験を行ない、非弾性域における座屈強度の実験値をえることができた。供試体の鋼材はSM50材とHT80材であり、供試体はけた高の低いI形はりとプレートガーダー的なI形けたからなり、 $r_x/r_y = 3.8 \sim 20.8$ となっている。すなわち、横倒れ座屈に対する断面性能としては、比較的強いものと、弱いものとの両グループに分けることができ、実用のI形部材の断面構成はこれらの間に入るものと思われる。

実験はすべて横倒れ座屈が非弾性域にて生ずるように行なった。これらの領域での横倒れ座屈強度に与える鋼材種、残留応力分布、初期変形の影響などを調べることができた。また、横倒れをとともうけたの耐力は、用いた供試体の断面性能の範囲では、腹板の座屈とは直接の関連性はなく、横倒れ座屈強度により求めることができる。

第4章では、プレートガーダーの圧縮側フランジの非弾性局部座屈について理論的研究を行ない、実

験的研究をもあわせてあつかったものである。理論解析では、フランジを腹板との溶接に沿って回転拘束をもつ帯片とみなし、この溶接線まわりのフランジのねじれ座屈として取扱った。用いた残留応力分布がフランジの局部座屈強度を低下させることがみとめられた。非弾性域では、フランジの長さが座屈強度に与える影響は無視することができる。すなわち、フランジの幅厚比と溶接による残留応力分布が座屈強度を支配する。

十字断面柱を用いて柱のねじれ座屈実験を行なった。用いた鋼材は S S41, H T 60 であり、非弾性域での座屈強度の実験値のばらつきを求め、計算値との比較を行なった。また、フランジが降伏荷重に達するまで、フランジが座屈しないための限界幅厚比の値を各鋼種に対して提案した。

第 5 章では、プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度の問題を扱っているが、他の章とは異なり、ここでは弾性座屈を研究の対象としている。プレストレストにより部材断面材に生ずる初期応力分布が部材の横ねじれ座屈に与える影響は、前章までにのべたように断面に生ずる初期応力としての残留応力分布の取扱いと類似の扱いができるので、この章でとりあげた。

緊張材によりプレストレスされた部材の座屈強度を、緊張力導入時の座屈強度と、緊張力導入後の部材の曲げによる座屈強度に分けて求め、座屈強度と緊張力の大きさ、緊張材の配置位置、母部材と緊張材との断面積比、部材の細長比との関係を明らかにした。

なお、本論文中の第 2 章は、著者が米国リーハイ大学大学院に在学中(1960 年 6 月～1963 年 9 月)に行なった研究をもとにしてまとめたものである。また、その他の章は著者が名古屋大学工学部において行なった研究をまとめたものである。